



Phần A. Cơ bản – Củng cố

Bài 1. Viết điều kiện xác định của mỗi phân thức sau.

a) $\frac{3x-1}{2x+6}$;

b) $\frac{x+5}{x^2-4x}$;

c) $\frac{x}{x^2-9}$;

d) $\frac{2}{x^2+1}$.

Bài 2. Mỗi khẳng định sau đúng hay sai? Giải thích.

a) $\frac{(x-3)^2}{x-5} = \frac{(3-x)^2}{5-x}$.

b) $\frac{2x}{(x+3)^2} = \frac{2x}{(-x-3)^2}$.

c) $\frac{-5}{-3} = \frac{10x}{6x}$.

d) $\frac{x+2}{x-2} = \frac{x^2+2}{x^2-2}$.

Bài 3. Cho phân thức $P = \frac{x^3-9x}{(x-3)^2}$.

a) Viết điều kiện xác định của phân thức P .

b) Rút gọn phân thức P .

c) Tính giá trị của P tại $x = 13$. Tại $x = 3$ có tính được giá trị của P không? Vì sao?

Bài 4. Rút gọn các phân thức sau.

a) $\frac{15x^2y^3}{20xy^5}$;

b) $\frac{-6x}{-4x^2(x+2)^2}$;

c) $\frac{x^2-4x+4}{3x-6}$;

d) $\frac{5x-5y}{y^2-x^2}$.

Bài 5. Tìm đa thức Q thích hợp trong mỗi đẳng thức sau. Giải thích.

a) $\frac{3x^2-1}{2x+5} = \frac{9x^3-3x}{Q}$;

b) $\frac{x-4}{5-x} = \frac{Q}{x-5}$;

c) $\frac{x^2-9}{Q} = \frac{x+3}{2x}$.

Bài 6. Quy đồng mẫu thức các phân thức sau.

- a) $\frac{1}{6x^2y}$ và $\frac{5}{9xy^3}$;
b) $\frac{3}{x^2 - 25}$ và $\frac{x}{2x + 10}$;
c) $\frac{1}{x^2 - 6x + 9}$ và $\frac{2}{9 - 3x}$.

Bài 7. Thực hiện phép tính (câu d: tìm các số b, c).

- a) $\frac{2x + 1}{x - 3} + \frac{5 - 4x}{x - 3}$;
b) $\frac{x^2}{x - 2} + \frac{4}{2 - x}$;
c) $\frac{1}{x - 1} - \frac{2}{x^2 - 1}$;
d) Biết $\frac{-3x + 4}{2xy} - \frac{-7x - 2}{2xy} = \frac{bx + c}{xy}$ với mọi $x \neq 0, y \neq 0$. Tìm b, c và tính $b + c$.

Bài 8. Thực hiện phép tính.

- a) $\frac{3x + 3}{x^2 - 4} \cdot \frac{x - 2}{6x}$;
b) $\frac{x^2 - 9}{4x} : \frac{x + 3}{2x^2}$;
c) $\frac{x + 1}{x} \cdot \frac{2x - 1}{x + 5} \cdot \frac{x}{x + 1}$ (tính nhanh);
d) Tìm phân thức nghịch đảo của $\frac{x - 1}{x^2 + 2}$ (với $x \neq 1$) và của $3x - 6$ (với $x \neq 2$).

Phần B. Thông hiểu – Vận dụng

Bài 9. Cho biểu thức $A = \frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 5x}$.

- a) Viết điều kiện xác định của A .
b) Rút gọn A .
c) Tính giá trị của A tại $x = -5$ và tại $x = \frac{1}{2}$.
d) Bạn Minh nói: “Thay $x = 5$ vào biểu thức rút gọn, ta được $A = 0$ ”. Bạn Minh nói đúng không? Giải thích.

Bài 10. Cho hai phân thức $\frac{x^2 + 3x}{(x - 3)(x^2 + 6x + 9)}$ và $\frac{x^2 + 6x}{x^4 - 36x^2}$.

- a) Rút gọn hai phân thức đã cho. Kí hiệu P và Q là hai phân thức nhận được.
b) Quy đồng mẫu thức hai phân thức P và Q .

Bài 11. Thực hiện phép tính.

- a) $\frac{2}{ab} + \frac{3}{bc} - \frac{1}{ca}$;
b) $\frac{x}{x - y} + \frac{y}{x + y} + \frac{2y^2}{y^2 - x^2}$.

Bài 12. Rút gọn các biểu thức sau.

- a) $\frac{3}{2x} + \frac{x}{x-1} + \frac{2x^2-3}{2x(1-x)}$;
b) $\frac{2x^2+1}{1-x^3} + \frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1}$.

Bài 13. Rút gọn các biểu thức sau.

- a) $\left(\frac{3}{x+3} - \frac{3}{1-x}\right) \cdot \frac{x^2-9}{4x^2-4}$;
b) $2 + \frac{x^3-4x}{x^2+4} \left(\frac{1}{2-x} - \frac{2}{4-x^2}\right)$.

Bài 14. Tìm phân thức P trong mỗi đẳng thức sau (giả thiết các phân thức đều xác định).

- a) $P + \frac{1}{x-3} = \frac{x}{x^2+3x+9}$;
b) $P - \frac{3(x-1)}{x+1} = \frac{12}{x-1}$;
c) $P \cdot \frac{x+1}{x-4} = \frac{x^2+2x+1}{x^2-16}$;
d) $P : \frac{x^2-1}{3x+6} = \frac{x^2-4}{x^2-x}$.

Bài 15. Mỗi lời giải sau đều có chỗ sai. Hãy chỉ ra chỗ sai và sửa lại cho đúng.

- a) $\frac{x^2+2x}{x^2+4} = \frac{2x}{4} = \frac{x}{2}$.
b) $\frac{x}{x-1} - \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-x+1}{x-1} = \frac{1}{x-1}$.
c) $\frac{x}{3} : \frac{x}{6} = \frac{x}{3} \cdot \frac{x}{6} = \frac{x^2}{18}$.
d) $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{2-x} = \frac{1+1}{x-2} = \frac{2}{x-2}$.

Bài 16. Cho phân thức $P = \frac{3x+1}{x+1}$.

- a) Viết điều kiện xác định của P .
b) Hãy viết P dưới dạng $P = a - \frac{b}{x+1}$, trong đó a, b là hai số nguyên dương.
c) Với giá trị nguyên nào của x thì P có giá trị là số nguyên?

Bài 17. Cho biểu thức $B = \left(\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}\right) : \frac{4x}{x^2-1}$.

a) Chứng minh rằng với $x \neq 0, x \neq 1$ và $x \neq -1$, giá trị của biểu thức B không phụ thuộc vào giá trị của biến.

b) Bạn Lan nói: “Vì B luôn có cùng một giá trị nên tại $x = 1$, B cũng có giá trị đó”. Bạn Lan nói đúng không? Giải thích.

Phần C. Nâng cao

Bài 18. Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - 4x + 4}{4 - x^2} + \frac{3x - 2}{x + 2}$.

- Viết điều kiện xác định và rút gọn P .
- Tính giá trị của P tại $x = 6$.
- Chứng tỏ $P = 2 - \frac{4}{x + 2}$. Từ đó tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức đã cho nhận giá trị nguyên.

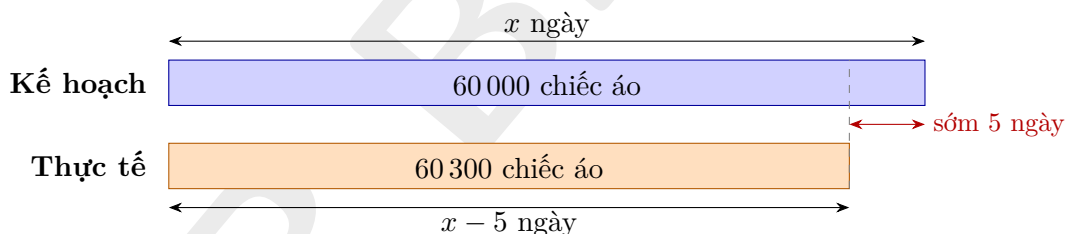
Bài 19. Để loại bỏ $x\%$ chất gây ô nhiễm trong nước thải của một nhà máy, chi phí ước tính là $C = \frac{2,4x}{100 - x}$ (tỉ đồng), với $0 \leq x < 100$.

Chi phí xử lí nước thải theo tỉ lệ loại bỏ

Tỉ lệ chất ô nhiễm được loại bỏ x (%)	50	80	90	95
Chi phí C (tỉ đồng)	?	?	?	?

- Tính các giá trị còn thiếu trong bảng trên.
- Chi phí để loại bỏ 90% chất gây ô nhiễm gấp bao nhiêu lần chi phí để loại bỏ 80%? Em có nhận xét gì về chi phí khi x càng gần 100?
- Viết điều kiện xác định của phân thức $\frac{2,4x}{100 - x}$. Theo cách ước tính này, nhà máy có thể loại bỏ được 100% chất gây ô nhiễm không?

Bài 20. Một xưởng may lập kế hoạch may 60 000 chiếc áo trong x ngày ($x > 5$). Nhờ cải tiến kĩ thuật, xưởng đã hoàn thành sớm 5 ngày và còn may vượt kế hoạch 300 chiếc áo.



- Viết phân thức biểu thị số áo mỗi ngày xưởng may được theo kế hoạch.
- Viết phân thức biểu thị số áo thực tế xưởng may được mỗi ngày.
- Viết biểu thức biểu thị số áo mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn so với kế hoạch, rồi rút gọn.
- Nếu theo kế hoạch mỗi ngày xưởng may 1 200 chiếc áo thì thực tế mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn kế hoạch bao nhiêu chiếc áo?

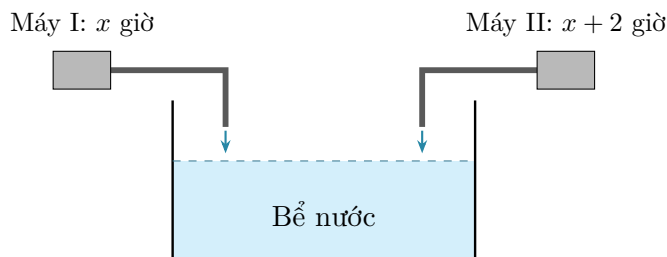
Bài 21. Ngân hàng A huy động vốn với lãi suất $x\%$ một năm, ngân hàng B với lãi suất $(x + 1)\%$ một năm ($x > 0$). Một người muốn gửi tiết kiệm kì hạn một năm để nhận được a đồng tiền lãi.

Gửi tiết kiệm kì hạn một năm

Ngân hàng	Lãi suất một năm	Tiền lãi muốn có sau một năm
A	$x\%$	a đồng
B	$(x + 1)\%$	a đồng

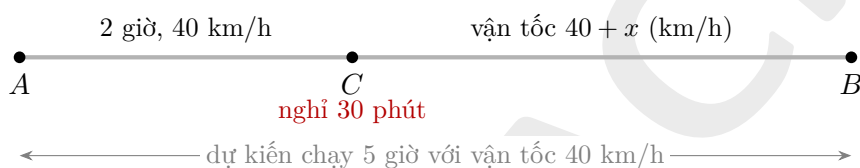
- Viết phân thức biểu thị số tiền người đó phải gửi vào ngân hàng A; vào ngân hàng B.
- Viết phân thức biểu thị số tiền người đó gửi vào ngân hàng B ít hơn so với gửi vào ngân hàng A, rồi rút gọn.
- Tính các số tiền ở câu a và câu b khi $a = 6$ triệu đồng và $x = 5$.

Bài 22. Để bơm đầy một bể nước, nếu bơm riêng thì máy bơm I cần x giờ, máy bơm II cần $x + 2$ giờ ($x > 0$).



- Trong một giờ, mỗi máy bơm được bao nhiêu phần bể?
- Viết phân thức biểu thị phần bể cả hai máy cùng bơm được trong một giờ, rồi rút gọn.
- Với $x = 4$, hai máy cùng bơm thì sau bao lâu đầy bể?

Bài 23. Một xe khách đi từ A đến B với vận tốc 40 km/h và dự kiến đến B sau 5 giờ chạy. Tuy nhiên, sau 2 giờ chạy với vận tốc 40 km/h, xe dừng nghỉ 30 phút tại C. Sau khi nghỉ, để đến B đúng thời gian dự kiến, xe phải tăng vận tốc so với chặng đầu.



- Tính độ dài quãng đường AB.
- Tính độ dài quãng đường CB còn lại sau khi dừng nghỉ.
- Cho biết trên quãng đường CB xe tăng vận tốc thêm x (km/h). Viết biểu thức P biểu thị tổng thời gian (tính bằng giờ, kể cả thời gian nghỉ) xe đi từ A đến B, rồi viết P dưới dạng một phân thức.
- Tính giá trị của P lần lượt tại $x = 5$; $x = 8$; $x = 20$. Từ đó cho biết: tăng vận tốc thêm 5 km/h thì xe đến B muộn bao nhiêu phút? Tăng thêm 8 km/h thì xe có đến B đúng thời gian dự kiến không? Tăng thêm 20 km/h thì xe đến B sớm bao nhiêu phút?

Phần D. Dành cho học sinh giỏi

Bài 24. Cho biểu thức $A = \left(\frac{2x}{x+3} + \frac{x}{x-3} - \frac{3x^2+3}{x^2-9} \right) : \left(\frac{2x-2}{x-3} - 1 \right)$.

- Tìm điều kiện xác định của A .
- Rút gọn A .
- Tìm x để $A = -\frac{1}{3}$.
- Tìm các giá trị nguyên của x để A nhận giá trị nguyên.

Bài 25. Cho ba số a, b, c khác 0 thỏa mãn $a + b + c = 0$. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}$.

Bài 26. Cho ba số x, y, z khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$.

- Chứng minh rằng nếu $u + v + w = 0$ thì $u^3 + v^3 + w^3 = 3uvw$.
- Tính giá trị của biểu thức $Q = \frac{yz}{x^2} + \frac{xz}{y^2} + \frac{xy}{z^2}$.

HẾT