



Phần A. Cơ bản – Củng cố

Câu 1. Phát biểu quy tắc nhân, quy tắc chia hai phân thức và khái niệm hai phân thức nghịch đảo. Áp dụng:

- Với các phân thức $\frac{A}{B}$, $\frac{C}{D}$ (với $\frac{C}{D} \neq 0$), viết công thức của $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D}$ và $\frac{A}{B} : \frac{C}{D}$.
- Tìm phân thức nghịch đảo của $\frac{3-x}{x^2+1}$ (với $x \neq 3$).
- Phân thức 0 có phân thức nghịch đảo không? Vì sao?

Câu 2. Thực hiện phép nhân rồi rút gọn:

- $\left(-\frac{3x}{4xy^2}\right) \cdot \left(-\frac{8y^2}{9xy}\right)$;
- $\frac{x^2-1}{x} \cdot \frac{x^2}{x+1}$;
- $\frac{x^2+2x}{3x-1} \cdot \frac{9x^2-1}{x^3+8}$;
- $\frac{5x}{x-4} \cdot \frac{8-2x}{10x^2}$.

Câu 3. Tính chất của phép nhân phân thức.

a) Viết đẳng thức thể hiện tính chất giao hoán, tính chất kết hợp và tính chất phân phối đối với phép cộng của phép nhân phân thức.

- b) Tính nhanh: $\frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{x-3}{x+2} \cdot \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 4. Thực hiện phép chia rồi rút gọn:

- $\left(-\frac{6x}{5xy^2}\right) : \left(-\frac{3y^2}{10xy}\right)$;
- $\frac{x^2-1}{x^3+1} : \frac{x^2-2x+1}{x^2-x+1}$;
- $\frac{4}{x^2-9} : \frac{2}{x^2-3x}$;
- $\frac{2}{x} : \left(\frac{6}{x} : \frac{3}{x}\right)$.

Phần B. Thông hiểu – Vận dụng

Câu 1. Cho tích $T = \frac{x^2-4}{x+3} \cdot \frac{x+3}{x-2}$ (với $x \neq -3$, $x \neq 2$).

- Rút gọn T . Bạn Lan rút gọn được $T = x - 2$. Lan làm đúng hay sai?
- Tính giá trị của T tại $x = 0$.

Câu 2. Cho $P = \frac{x+1}{x-2}$ và $Q = \frac{x^2-1}{x^2-4}$ (với $x \neq \pm 1$, $x \neq \pm 2$).

- Tìm phân thức nghịch đảo của Q .
- Tính $P : Q$ và $P \cdot Q$.
- Tính giá trị của $P : Q$ tại $x = 3$.

Câu 3. Cho hai phân thức $P = \frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 5x}$ và $Q = \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 25}$ (với $x \neq 0, x \neq \pm 5$).

- Rút gọn P và Q .
- Tính $P \cdot Q$ và $P : Q$.

Câu 4. Với $x \neq 0$:

- Tính $\left(\frac{1}{x} : \frac{1}{x}\right) : \frac{1}{x}$ và $\frac{1}{x} : \left(\frac{1}{x} : \frac{1}{x}\right)$.
- Phép chia phân thức có tính chất kết hợp không? Vì sao? Phép nhân phân thức thì sao?

Câu 5. Rút gọn rồi tính giá trị của biểu thức:

- $\frac{x^2 - x}{2x + 1} \cdot \frac{4x^2 - 1}{x^3 - 1}$ tại $x = -1$;
- $\left(-\frac{3x}{5xy^2}\right) : \left(-\frac{5y^2}{12xy}\right)$ tại $x = 25, y = 1$.

Câu 6. Tìm phân thức P, Q thoả mãn rồi tính giá trị tại $x = 3$:

- $P \cdot \frac{x + 1}{2x + 1} = \frac{x^2 + x}{4x^2 - 1}$;
- $Q : \frac{x^2}{x^2 + 4x + 4} = \frac{(x + 1)(x + 2)}{x^2 - 2x}$.

Câu 7. Rút gọn:

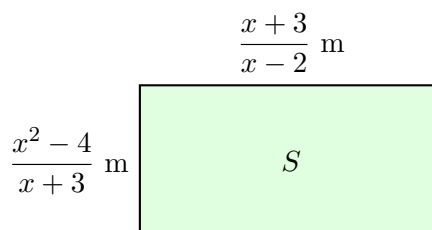
- $\frac{4x - 6}{5x^2 - x} \cdot \frac{25x^2 - 10x + 1}{27 - 8x^3}$;
- $\frac{2x + 10}{(x - 3)^2} : \frac{(x + 5)^3}{x^2 - 9}$, rồi tính giá trị tại $x = 5$.

Câu 8. Rút gọn biểu thức rồi tính giá trị:

- $\frac{4x^2 - 1}{16x^2 - 1} \left(\frac{1}{2x + 1} + \frac{1}{2x - 1} + \frac{1}{1 - 4x^2} \right)$ tại $x = 1$;
- $\left(\frac{x + y}{xy} - \frac{2}{x} \right) \frac{x^3 y^3}{x^3 - y^3}$ tại $x = 1, y = -1$.

Phần C. Nâng cao

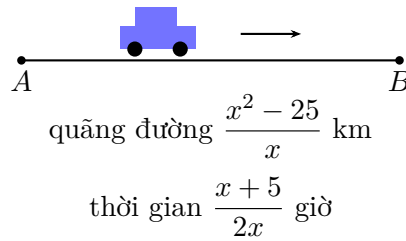
Câu 1. Một mảnh vườn hình chữ nhật có hai cạnh dài $\frac{x + 3}{x - 2}$ (m) và $\frac{x^2 - 4}{x + 3}$ (m), với $x > 2$ (hình dưới).



a) Tính diện tích S của mảnh vườn theo x . Bạn Minh tính được $S = x - 2$ (m²). Minh làm đúng hay sai?

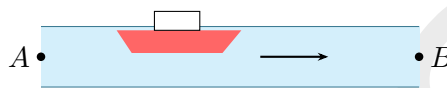
b) Tính diện tích mảnh vườn khi $x = 8$ và độ dài cạnh $\frac{x + 3}{x - 2}$ (m) khi $x = 5$.

Câu 2. Một ô tô đi quãng đường AB dài $\frac{x^2 - 25}{x}$ (km) trong $\frac{x + 5}{2x}$ (giờ), với $x > 5$ (hình dưới).

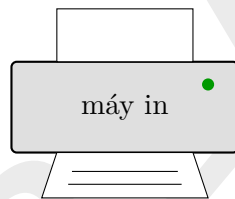


- a) Tính vận tốc v của ô tô theo x . Bạn Hà tính được $v = \frac{x - 5}{2}$ (km/h). Hà sai ở đâu?
b) Tính vận tốc khi $x = 40$. Tìm x để vận tốc là 60 km/h.

Câu 3. Một ca nô đi quãng đường AB dài $\frac{x^2 - 36}{2x}$ (km) trong $\frac{x + 6}{5x}$ (giờ), với $x > 6$ (hình dưới).
Tính vận tốc của ca nô theo x và khi $x = 26$.



Câu 4. Một máy in mỗi phút in được $\frac{x^2 - 9}{x - 1}$ trang và chạy trong $\frac{x - 1}{x + 3}$ phút, với $x > 3$ (hình dưới).



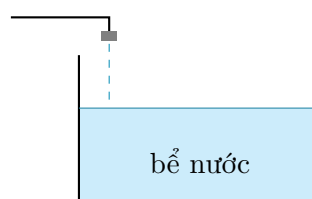
- a) Tính số trang in được theo x .
b) Khi $x = 53$, máy in được bao nhiêu trang? Muốn in được 100 trang thì x bằng bao nhiêu?

Câu 5. Bác Hoa mua một loại hoa quả; khối lượng và số tiền được ghi trong bảng dưới (với $x > 4$).

Khối lượng mua	$\frac{x - 4}{x + 1}$ (kg)
Tổng số tiền	$\frac{x^2 - 16}{x + 1}$ (nghìn đồng)
Giá mỗi ki-lô-gam	? (nghìn đồng)

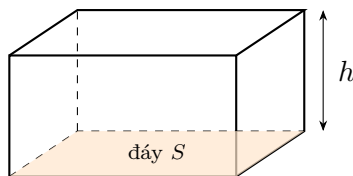
- a) Tính giá mỗi ki-lô-gam theo x .
b) Khi $x = 46$, giá mỗi ki-lô-gam là bao nhiêu? Với giá trị nào của x thì giá mỗi ki-lô-gam là 60 nghìn đồng?

Câu 6. Một bể nước có thể tích $\frac{x^3 - 1}{x}$ (m³). Một vòi chảy vào bể, mỗi giờ được $\frac{x^2 + x + 1}{2x}$ (m³), với $x > 1$ (hình dưới).

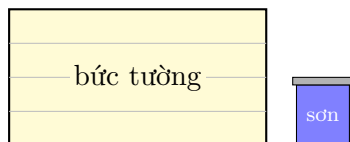


- a) Tính thời gian vòi chảy đầy bể (khi bể cạn) theo x .
b) Khi $x = 3$, vòi chảy đầy bể trong bao lâu?

Câu 7. Một hộp hình hộp chữ nhật có thể tích $\frac{x^3 - 8}{x + 1}$ (cm³) và diện tích đáy $\frac{x^2 + 2x + 4}{x + 1}$ (cm²), với $x > 2$ (hình dưới). Tính chiều cao h của hộp theo x và khi $x = 12$.



Câu 8. Cần sơn một bức tường có diện tích $\frac{x^2 - 1}{x - 2}$ (m²); mỗi lít sơn phủ được $\frac{x + 1}{x - 2}$ (m²), với $x > 2$ (hình dưới). Cần bao nhiêu lít sơn (tính theo x)? Tính khi $x = 13$.



Phần D. Dành cho học sinh giỏi

Câu 1. Cho biểu thức $P = \frac{x + 1}{x^3 - 1} \left[(4x^2 - 1) \left(\frac{1}{2x - 1} - \frac{1}{2x + 1} + 1 \right) - 5 \right]$ (với $x \neq 1, x \neq \pm \frac{1}{2}$).

a) Rút gọn P .

b) Chứng minh $P \geq 0$ với mọi x thỏa mãn điều kiện trên. Tìm x để $P = 0$.

Câu 2. Bác Châu vay 1,2 tỉ đồng, trả góp mỗi tháng x triệu đồng trong y tháng; lãi suất năm (viết dưới dạng số thập phân) được tính theo công thức $r = \frac{xy - 1200}{100y}$ (bảng dưới).

Khoản vay	1 200 triệu đồng
Trả mỗi tháng	x triệu đồng
Số tháng vay	y tháng
Lãi suất năm	r (số thập phân)

a) Nếu mỗi tháng bác Châu trả 15 triệu đồng trong 10 năm thì lãi suất năm là bao nhiêu phần trăm?

b) Với cách trả đó, tổng số tiền bác Châu phải trả nhiều hơn khoản vay bao nhiêu triệu đồng?

HẾT