



Phần A. Cơ bản – Củng cố

Câu 1. Thực hiện phép cộng (viết kết quả dưới dạng rút gọn):

- a) $\frac{x+5}{x-1} + \frac{2-x}{x-1}$;
- b) $\frac{x^2-2x+3}{3x^2} + \frac{5x-3-x^2}{3x^2}$;
- c) $\frac{x^2}{x+3} + \frac{6x+9}{x+3}$;
- d) $\frac{x}{x+2y} + \frac{2y}{x-2y}$;
- e) $\frac{x}{3x-12} + \frac{16}{3x(4-x)}$.

Câu 2. Thực hiện phép trừ:

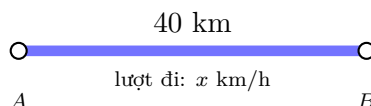
- a) $\frac{4-2x}{x+3} - \frac{-1+3x}{x+3}$;
- b) $\frac{x}{x+y} - \frac{y}{x-y}$;
- c) $\frac{2}{x-1} - \frac{x+3}{x^3-1}$.

Tìm phân thức đối của phân thức $\frac{x-4}{2x+1}$.

Câu 3. Thực hiện các yêu cầu sau:

- a) Tìm mẫu thức chung đơn giản nhất của hai phân thức $\frac{1}{x^2-25}$ và $\frac{2}{x+5}$.
- b) Tính $\frac{1}{x} + \frac{3}{x+1} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}$;
- c) Tính $\frac{1}{x+1} - \left(\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x} \right)$;
- d) Tính $\frac{x+y}{xy} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$.

Câu 4. Một ô tô đi từ A đến B dài 40 km với vận tốc x (km/h), rồi quay về A với vận tốc lớn hơn lúc đi 10 km/h (hình dưới). Viết phân thức biểu thị tổng thời gian (giờ) đi và về, rồi viết kết quả dưới dạng một phân thức.



Phần B. Thông hiểu – Vận dụng

Câu 1. Cho biểu thức $Q = \frac{x}{(x+y)^2} + \frac{y}{y^2-x^2}$.

- a) Chứng minh $y^2 - x^2 = -(x-y)(x+y)$. Tìm mẫu thức chung của hai phân thức.
- b) Rút gọn Q .
- c) Tính giá trị của Q tại $x = 3, y = 1$.

Câu 2. Cho $R = \frac{3x-1}{x} + \frac{2-x}{x+1} + \frac{4}{x^2-16} + \frac{1-3x}{x} + \frac{x-2}{x+1} - \frac{4}{x+4}$.

- Rút gọn R (gợi ý: nhóm các phân thức đối nhau).
- Tính giá trị của R tại $x = 1$.

Câu 3. Rút gọn các biểu thức:

- $T = \frac{x^2+6x+9}{x^2-9} + \frac{3}{3-x}$, rồi tính giá trị của T tại $x = 6$;
- $U = \frac{x}{x^2+4} - \left(\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-3} \right) + \left[\frac{2}{x+1} - \left(\frac{2}{x^2+4} - \frac{1}{x-3} \right) \right]$, rồi tính giá trị của U tại $x = 2$.
- Chứng minh rằng với $x \neq \pm 3$, giá trị của biểu thức $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9} + \frac{6}{x+3}$ không phụ thuộc vào x .

Câu 4. Rút gọn rồi tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

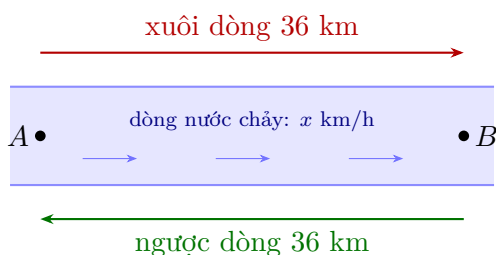
- $\frac{x^2+3x-1}{4x^2} + \frac{5x+1-x^2}{4x^2}$ tại $x = 5$;
- $\frac{x}{2x-8} + \frac{16}{2x(4-x)}$ tại $x = 2$;
- $\frac{7-2x}{x-3} - \frac{1+x}{x-3}$ tại $x = 4$;
- $\frac{3}{x+1} - \frac{2+3x}{x^3+1}$ tại $x = 1$;
- $\frac{1}{x} + \frac{4}{x+2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x-2} + \frac{5}{x+3} - \frac{5}{x+3}$ tại $x = 6$.

Câu 5. Rút gọn rồi tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

- $\frac{2x-y}{xy} + \frac{2y-z}{yz} + \frac{2z-x}{zx}$ tại $x = 1, y = 2, z = 4$;
- $\frac{x}{3x-y} + \frac{y}{3x+y} + \frac{2xy}{y^2-9x^2}$ tại $x = 1, y = 1$;
- $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx}$ tại $x = 2, y = 4, z = 10$;
- $\frac{2y}{x-y} + \frac{x}{x+y}$ tại $x = 3, y = 1$.

Phần C. Nâng cao

Câu 1. Một tàu du lịch chạy xuôi dòng 36 km rồi ngược dòng trở về bến cũ. Vận tốc của tàu khi nước yên lặng là 15 km/h, vận tốc dòng nước là x (km/h), $0 < x < 15$ (hình dưới).



- Viết các phân thức biểu thị thời gian xuôi dòng và thời gian ngược dòng.
- Chứng minh tổng thời gian tàu chạy là $\frac{1080}{225-x^2}$ (giờ). Tính tổng thời gian đó khi $x = 3$.
- Một ca nô chạy xuôi dòng 24 km rồi ngược dòng về bến cũ; vận tốc ca nô khi nước yên lặng là 14 km/h, vận tốc dòng nước là x (km/h). Tính tổng thời gian ca nô chạy khi $x = 2$.

Câu 2. Một xưởng lập kế hoạch sản xuất 36 000 sản phẩm trong x ngày. Nhờ cải tiến kĩ thuật, xưởng hoàn thành sớm 4 ngày và làm vượt kế hoạch 400 sản phẩm (hình dưới).

Kế hoạch: 36 000 sản phẩm

x ngày

Thực tế: 36 400 sản phẩm

$x - 4$ ngày

sớm 4 ngày

- Viết các phân thức biểu thị số sản phẩm mỗi ngày theo kế hoạch và thực tế.
- Viết biểu thức biểu thị số sản phẩm mỗi ngày thực tế làm nhiều hơn kế hoạch.
- Biết theo kế hoạch mỗi ngày làm 1 200 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi ngày thực tế làm nhiều hơn kế hoạch.

Câu 3. Một xưởng may lập kế hoạch may 54 000 bộ quần áo trong x ngày, nhưng đã hoàn thành sớm 5 ngày và may vượt kế hoạch 600 bộ (hình dưới). Biết theo kế hoạch mỗi ngày may 1 800 bộ. Hỏi thực tế mỗi ngày xưởng may nhiều hơn kế hoạch bao nhiêu bộ?

Kế hoạch: 54 000 bộ

x ngày

Thực tế: 54 600 bộ

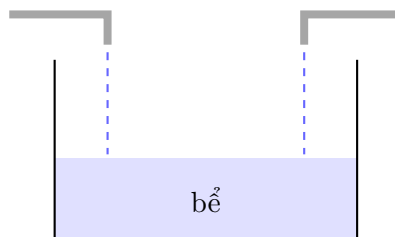
$x - 5$ ngày

sớm 5 ngày

Câu 4. Hai vòi cùng chảy vào một bể cạn. Nếu chảy riêng, vòi I chảy đầy bể sau x giờ, vòi II chảy đầy bể sau $x + 2$ giờ (hình dưới).

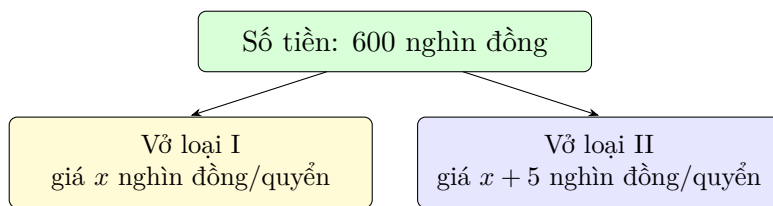
Vòi I: chảy riêng
đầy bể sau x giờ

Vòi II: chảy riêng
đầy bể sau $x + 2$ giờ



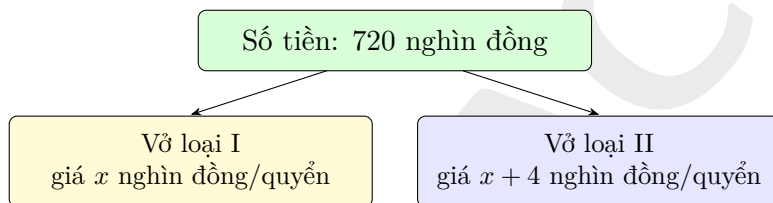
- Trong 1 giờ, mỗi vòi chảy được bao nhiêu phần bể? Chứng minh trong 1 giờ cả hai vòi chảy được $\frac{2x+2}{x(x+2)}$ bể.
- Khi $x = 4$, cả hai vòi cùng chảy thì sau bao lâu đầy bể?
- Nếu vòi II chảy riêng đầy bể sau $x + 3$ giờ và $x = 6$ thì cả hai vòi cùng chảy sau bao nhiêu giờ đầy bể?

Câu 5. Với 600 nghìn đồng, bạn Lan định mua vở. Vở loại I giá x nghìn đồng một quyển, vở loại II đắt hơn 5 nghìn đồng một quyển (hình dưới).

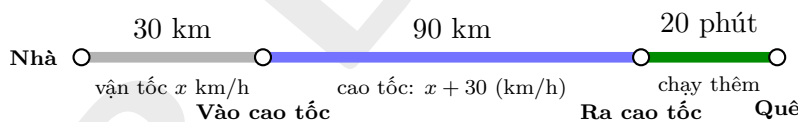


- Nếu chỉ mua vở loại I (hoặc chỉ mua loại II), Lan mua được bao nhiêu quyển?
- Chứng minh số vở loại I mua được nhiều hơn số vở loại II là $\frac{3000}{x(x+5)}$ quyển.
- Tính số vở loại I nhiều hơn loại II khi $x = 15$ và khi $x = 25$.

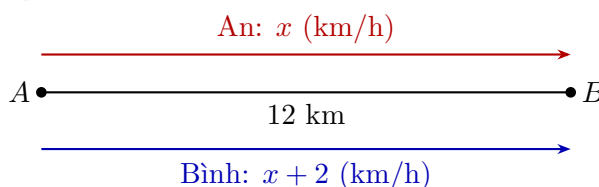
Câu 6. Với 720 nghìn đồng có thể mua vở loại I giá x nghìn đồng/quyển hoặc vở loại II giá $x + 4$ nghìn đồng/quyển (hình dưới). Viết phân thức biểu thị số vở loại I mua được nhiều hơn số vở loại II; tính giá trị đó khi $x = 12$.



Câu 7. Chú Bình lái xe về quê: 30 km đầu trong thành phố với vận tốc x (km/h); 90 km tiếp theo trên đường cao tốc với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đầu 30 km/h; ra khỏi cao tốc xe chạy thêm 20 phút (hình dưới). Viết biểu thức biểu thị tổng thời gian (giờ) rồi tính tổng thời gian (phút) khi $x = 30$.



Câu 8. An và Bình cùng đi từ A đến B dài 12 km. Vận tốc của An là x (km/h), của Bình là $x + 2$ (km/h) (hình dưới). Viết phân thức biểu thị số giờ An đến B muộn hơn Bình. Khi $x = 4$, An đến muộn hơn Bình bao nhiêu phút?



Phần D. Dành cho học sinh giỏi

Câu 1. Cho biểu thức $P = \frac{x^2 - 4x + 4}{4 - x^2} + \frac{3x + 6}{x + 2}$.

- Tìm điều kiện xác định của P .
- Chứng minh $P = \frac{2x + 8}{x + 2} = 2 + \frac{4}{x + 2}$.
- Tìm các giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu 2. Sử dụng đẳng thức $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$ (với $n \neq 0, n \neq -1$).

a) Chứng minh đẳng thức trên. Chứng minh $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} = \frac{2}{(x+1)(x+3)}$.

b) Tính nhanh $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{9 \cdot 10}$.

c) Tính nhanh $\frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \cdots + \frac{1}{19 \cdot 20}$.

—————**HẾT**—————