



Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 22. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Mặt phẳng $(P) : 3x - y + 2z - 5 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $(3; -1; 2)$ B. $(3; 1; 2)$ C. $(-1; 2; -5)$ D. $(3; -1; -5)$

Câu 2. Hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ không cùng phương, có giá song song hoặc nằm trong (P) . Một vectơ pháp tuyến của (P) là

- A. $\vec{u} + \vec{v}$ B. $[\vec{u}, \vec{v}]$ C. $\vec{u} - \vec{v}$ D. $2\vec{u}$

Câu 3. Cho $\vec{u} = (1; 0; 2)$, $\vec{v} = (0; 1; 1)$. Tích có hướng $[\vec{u}, \vec{v}]$ bằng

- A. $(-2; -1; 1)$ B. $(-2; 1; 1)$ C. $(2; -1; 1)$ D. $(0; 0; 2)$

Câu 4. Mặt phẳng đi qua $M(1; -2; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -1)$ có phương trình là

- A. $2x + y - z - 3 = 0$ B. $x - 2y + 3z + 3 = 0$ C. $2x + y - z = 0$ D. $2x + y - z + 3 = 0$

Câu 5. Phương trình của mặt phẳng tọa độ (Oxy) là

- A. $z = 0$ B. $x = 0$ C. $y = 0$ D. $x + y = 0$

Câu 6. Mặt phẳng đi qua $A(3; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$, $C(0; 0; 2)$ có phương trình là

- A. $2x + 6y + 3z - 6 = 0$ B. $2x - 6y + 3z - 6 = 0$
C. $3x - y + 2z - 1 = 0$ D. $2x - 6y + 3z = 0$

Câu 7. Vị trí tương đối của $(P) : x + 2y - z + 1 = 0$ và $(Q) : 2x + 4y - 2z + 2 = 0$ là

- A. song song B. vuông góc
C. trùng nhau D. cắt nhau nhưng không vuông góc

Câu 8. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $2x - y + 2z - 6 = 0$ bằng

- A. 2 B. 6 C. 3 D. $\frac{2}{3}$

Câu 9. Hai mặt phẳng có vectơ pháp tuyến $\vec{n}, \vec{n}'$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi

- A. $\vec{n} = k\vec{n}'$ B. $[\vec{n}, \vec{n}'] = \vec{0}$ C. $|\vec{n}| = |\vec{n}'|$ D. $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$

Câu 10. Đường thẳng đi qua $M(1; 2; -3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; 1)$ có phương trình tham số là

- A. $x = 2 + t, y = -1 + 2t, z = 1 - 3t$ B. $x = 1 + 2t, y = 2 + t, z = -3 + t$
C. $x = 1 + 2t, y = 2 - t, z = -3 + t$ D. $x = -1 + 2t, y = -2 - t, z = 3 + t$

Câu 11. Đường thẳng $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{1}$ có một vectơ chỉ phương là

- A. $(-1; 2; 0)$ B. $(3; -2; 1)$ C. $(1; -2; 0)$ D. $(3; 2; 1)$

Câu 12. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng $x = 2 - t, y = 1 + 3t, z = 4t$?

- A. $(-1; 3; 4)$ B. $(1; 4; 4)$ C. $(1; 3; 4)$ D. $(2; 4; 4)$

Câu 13. Hai đường thẳng có vectơ chỉ phương cùng phương và có một điểm chung thì

- A. trùng nhau B. song song C. cắt nhau D. chéo nhau

- Câu 14.** Hai đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; -1; 2)$ và $(m; 3; 1)$ vuông góc với nhau khi
A. $m = -1$ B. $m = 5$ C. $m = 3$ D. $m = 1$
- Câu 15.** Góc giữa hai đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; 1; 0)$ và $(1; 0; 0)$ bằng
A. 30° B. 60° C. 45° D. 90°
- Câu 16.** Góc giữa đường thẳng $d : x = t, y = t, z = 1$ và mặt phẳng $(P) : x + z - 2 = 0$ bằng
A. 60° B. 45° C. 30° D. 90°
- Câu 17.** Góc giữa hai mặt phẳng $(P) : x + y - 1 = 0$ và $(Q) : y + z = 0$ bằng
A. 30° B. 45° C. 120° D. 60°
- Câu 18.** Mặt cầu $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 16$ có tâm I và bán kính R là
A. $I(2; -1; 0), R = 4$ B. $I(-2; 1; 0), R = 4$
C. $I(2; -1; 0), R = 16$ D. $I(-2; 1; 0), R = 16$
- Câu 19.** Bán kính của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z + 5 = 0$ là
A. 9 B. $\sqrt{19}$ C. $\sqrt{14}$ D. 3
- Câu 20.** Mặt cầu tâm $I(1; 2; -2)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là
A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 2$ B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 4$
C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = 4$ D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 9$
- Câu 21.** Trong hệ trục $Oxyz$ của bài học (tâm Trái Đất là O , 1 đơn vị = 6371 km), vị trí $0^\circ N, 90^\circ E$ có tọa độ là
A. $(1; 0; 0)$ B. $(0; 0; 1)$ C. $(0; 1; 0)$ D. $(0; -1; 0)$
- Câu 22.** Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(P) : x - 2y + 3z = 0$ có một vectơ chỉ phương là
A. $(-2; 3; 0)$ B. $(1; 2; 3)$ C. $(1; -2; 3)$ D. $(3; -2; 1)$

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho ba điểm $A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 3)$.

- a) $\overrightarrow{AB} = (-1; 2; 0)$.
- b) $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (6; -3; 2)$.
- c) $(ABC) : 6x + 3y + 2z - 6 = 0$.
- d) Góc toạ độ O thuộc (ABC) .

Câu 2. Cho mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z - 3 = 0$ và điểm $M(1; 1; 3)$.

- a) (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 2)$.
- b) M thuộc (P) .
- c) $d(M, (P)) = \frac{4}{3}$.
- d) Mặt phẳng qua M và song song với (P) là $2x - y + 2z - 7 = 0$.

Câu 3. Cho hai mặt phẳng $(P) : x + y + z - 1 = 0$ và $(Q) : x - 2y + z + 5 = 0$.

- a) $(P) \perp (Q)$.
- b) (P) trùng với mặt phẳng $2x + 2y + 2z + 3 = 0$.
- c) $d(O, (P)) = \frac{1}{3}$.
- d) $d(O, (Q)) = 5$.

Câu 4. Cho đường thẳng $d : x = 1 + 2t, y = -1 + t, z = 3 - t$.

- a) d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$.
- b) Điểm $M(3; 0; 2)$ thuộc d .
- c) Phương trình chính tắc của d là $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{-1}$.
- d) d song song với mặt phẳng $2x + y - z = 0$.

Câu 5. Cho $d_1 : \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và $d_2 : x = 2 + t, y = 1 - t, z = 1 - t$.

- a) $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$.
- b) $d_1 \parallel d_2$.
- c) $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{A_1A_2} = 0$ với $A_1(0; 1; -1), A_2(2; 1; 1)$.
- d) d_1 và d_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.

Câu 6. Cho đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 2)$ và mặt phẳng $(P) : 2x - y + 2z + 1 = 0$. Gọi φ là góc giữa d và (P) .

- a) $\sin \varphi = \frac{4}{9}$.
- b) $\cos \varphi = \frac{4}{9}$.
- c) $\varphi \approx 26,4^\circ$.
- d) d không vuông góc với (P) .

Câu 7. Cho hai mặt phẳng $(P) : x + y = 0$ và $(Q) : x - z + 1 = 0$.

- a) $\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q = 1$.
- b) Góc giữa (P) và (Q) bằng 60° .
- c) Góc giữa (P) và (Q) bằng 120° .
- d) $(P) \perp (Q)$.

Câu 8. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 4 = 0$.

- a) (S) có tâm $I(1; 0; -2)$.
- b) (S) có bán kính $R = 9$.
- c) Góc toạ độ nằm trong (S) .
- d) (S) cắt mặt phẳng (Oxy) .

Câu 9. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P) : 2x + y - 2z - 6 = 0$.

- a) (S) có bán kính $R = 9$.
- b) $(S) : (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.
- c) Điểm $A(3; 0; 4)$ thuộc (S) .
- d) (S) cắt (P) theo một đường tròn.

Câu 10. Trong hệ trục của bài học, cho hai vị trí $A : 30^\circ N, 0^\circ E$ và $B : 30^\circ N, 180^\circ E$.

- a) A có toạ độ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; 0; \frac{1}{2}\right)$.
- b) $\cos \widehat{AOB} = -\frac{1}{2}$.
- c) $\widehat{AOB} = 60^\circ$.
- d) Khoảng cách trên mặt đất giữa A và B xấp xỉ 13 343 km.

Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10.

Câu 1. Cho $\vec{u} = (2; 1; -1)$, $\vec{v} = (1; 0; 3)$ và $[\vec{u}, \vec{v}] = (a; b; c)$. Tính $a + b + c$.

Câu 2. Mặt phẳng qua $A(1; 1; 1)$, $B(2; 0; 3)$, $C(0; 2; 2)$ có phương trình $x + by + cz + d = 0$. Tính $b + c + d$.

Câu 3. Tính khoảng cách từ $M(1; 2; 3)$ đến mặt phẳng $2x + 2y - z + 4 = 0$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song $x - 2y + 2z + 1 = 0$ và $x - 2y + 2z - 8 = 0$.

Câu 5. Đường thẳng d đi qua $A(2; -1; 3)$ và vuông góc với $(P) : x + 2y - 2z + 1 = 0$. Điểm $M(a; b; -1)$ thuộc d . Tính $a + b$.

Câu 6. Tìm m để hai đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; m; 2)$ và $(m; 3; -1)$ vuông góc với nhau.

Câu 7. Tính góc (độ) giữa hai đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; 2; 2)$ và $(2; -1; 2)$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 8. Tính góc (độ) giữa đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; 1; 1)$ và mặt phẳng (Oyz) (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 9. Tìm m để $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 2z + m = 0$ là phương trình mặt cầu có bán kính bằng 3.

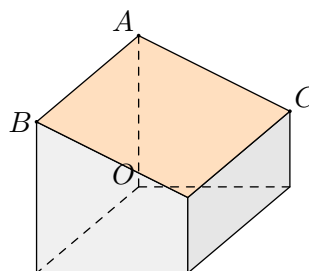
Câu 10. Tính khoảng cách trên mặt đất (km) giữa hai vị trí $10^\circ N, 0^\circ E$ và $25^\circ N, 0^\circ E$ (bán kính Trái Đất 6371 km, làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN NÂNG CAO

Nâng cao 1. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

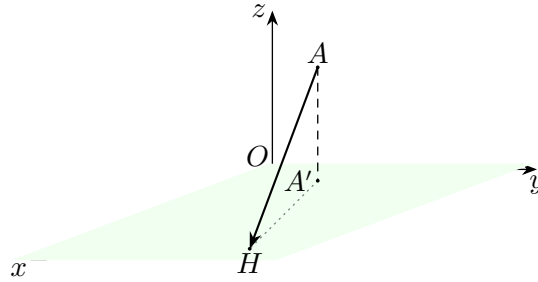
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Mái của một nhà kho là hình chữ nhật nằm trên mặt phẳng đi qua $A(0; 0; 4)$, $B(6; 0; 4)$, $C(0; 4; 2)$ (đơn vị: mét); mặt đất là mặt phẳng (Oxy) (hình bên dưới).



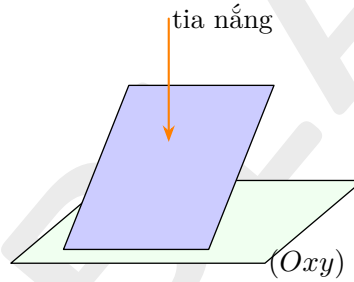
- a) Mặt phẳng mái nhà có phương trình $y + 2z - 8 = 0$.
- b) Góc nghiêng của mái so với mặt đất xấp xỉ $26,6^\circ$.
- c) Khoảng cách từ gốc O đến mặt phẳng mái bằng 8 m.
- d) Mặt phẳng mái vuông góc với bức tường nằm trên mặt phẳng (Oxz) .

Câu 2. Một flycam bay thẳng từ vị trí $A(1; 2; 3)$ theo hướng $\vec{u} = (2; 1; -1)$ xuống mặt đất (Oxy) (đơn vị: mét) và chạm đất tại H (hình bên dưới).



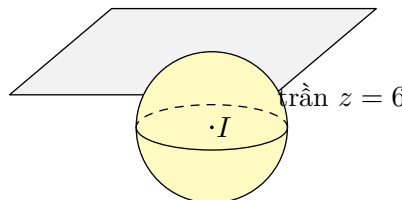
- Đường bay có vectơ chỉ phương $(1; 2; 3)$.
- Flycam chạm đất tại $H(7; 5; 0)$.
- Đường bay đi qua điểm $B(5; 4; 2)$.
- Quãng đường từ A đến H xấp xỉ 7,35 m.

Câu 3. Một tấm pin mặt trời nằm trên mặt phẳng $(P) : 3x + 4z - 12 = 0$; mặt đất là (Oxy) (đơn vị: mét) (hình bên dưới).



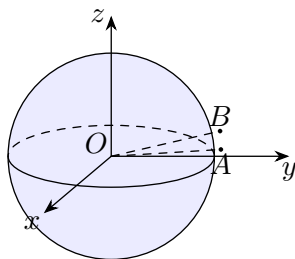
- Góc nghiêng của tấm pin so với mặt đất xấp xỉ $53,1^\circ$.
- (P) có vectơ pháp tuyến $(3; 0; 4)$.
- Tia nắng chiếu thẳng đứng (hướng $(0; 0; -1)$) tạo với mặt tấm pin góc xấp xỉ $53,1^\circ$.
- Tia nắng có hướng $(4; 0; 3)$ song song với mặt tấm pin.

Câu 4. Một chao đèn hình cầu có phương trình $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 4$ được treo sát trần nhà nằm trên mặt phẳng $z = 6$ (đơn vị: mét) (hình bên dưới).



- Chao đèn có bán kính 2 m.
- Chao đèn tiếp xúc với trần nhà.
- Khoảng cách từ tâm chao đèn đến bức tường (Oxz) bằng 2 m.
- Điểm thấp nhất của chao đèn cách sàn (Oxy) là 2 m.

Câu 5. Hai hòn đảo $A : 0^\circ N, 100^\circ E$ và $B : 0^\circ N, 130^\circ E$ cùng nằm trên đường xích đạo (hình bên; hệ trục của bài học).

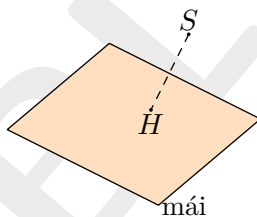


- a) A và B đều có cao độ bằng 0.
- b) $\widehat{AOB} = 230^\circ$.
- c) $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \frac{1}{2}$.
- d) Khoảng cách trên mặt đất giữa A và B xấp xỉ 3 336 km.

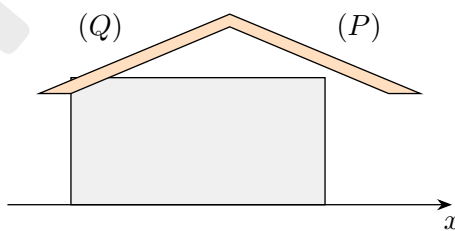
Nâng cao 2. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5.

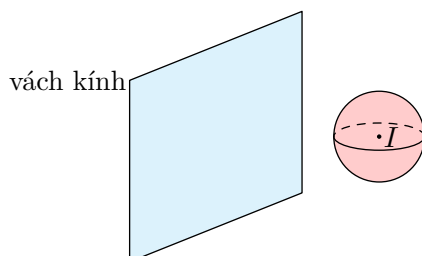
Câu 1. Mái của một nhà kho nằm trên mặt phẳng $y + 2z - 8 = 0$ (đơn vị: mét), một cảm biến đặt tại $S(2; 3; 5)$ phía trên mái. Tính khoảng cách (m) từ cảm biến đến mặt phẳng mái (làm tròn đến hàng phần trăm).



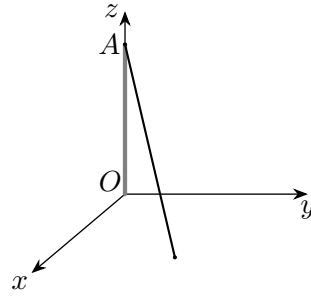
Câu 2. Hai mái của một ngôi nhà nằm trên hai mặt phẳng $(P) : x + 2z - 10 = 0$ và $(Q) : -x + 2z - 2 = 0$ (đơn vị: mét). Tính góc (độ) giữa hai mặt phẳng mái (làm tròn đến hàng phần mười).



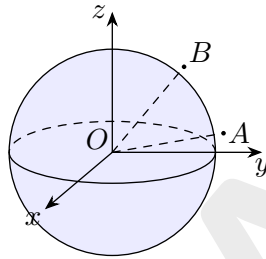
Câu 3. Một quả cầu trang trí có tâm $I(1; 2; 4)$ đặt cạnh một vách kính nằm trên mặt phẳng $2x + y + 2z - 3 = 0$ (đơn vị: dm). Tìm bán kính lớn nhất (dm) của quả cầu để quả cầu không xuyên qua vách kính.



Câu 4. Một sợi cáp thẳng nối từ đỉnh cột $A(0; 0; 10)$ xuống mặt đất (Oxy), có vectơ chỉ phương $(4; 3; -1)$ (đơn vị: mét). Tính chiều dài sợi cáp từ A đến điểm chạm đất (m, làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 5. Một máy bay bay dọc kinh tuyến $105^\circ E$ từ vị trí $5^\circ N$ đến vị trí $50^\circ N$ trên mặt đất (bán kính Trái Đất 6371 km). Tính khoảng cách trên mặt đất (km) giữa hai vị trí (làm tròn đến hàng đơn vị).



HẾT