



Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 22. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Mặt cầu tâm I bán kính R ($R > 0$) là tập hợp các điểm M trong không gian thoả mãn

- A. $IM = R$ B. $IM \leq R$ C. $IM < R$ D. $IM = 2R$

Câu 2. Điểm M nằm trong mặt cầu tâm I bán kính R khi và chỉ khi

- A. $IM = R$ B. $IM < R$ C. $IM > R$ D. $IM = 0$

Câu 3. Mỗi đường kính của mặt cầu bán kính R có độ dài bằng

- A. $2R$ B. R C. $\frac{R}{2}$ D. R^2

Câu 4. Tâm của mặt cầu $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ là

- A. $(1; -2; -3)$ B. $(-1; 2; -3)$ C. $(1; 2; 3)$ D. $(-1; 2; 3)$

Câu 5. Bán kính của mặt cầu $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 7$ là

- A. $\sqrt{7}$ B. 7 C. 49 D. $\frac{7}{2}$

Câu 6. Mặt cầu tâm O , bán kính 2 có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ C. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ D. $x + y + z = 2$

Câu 7. Vị trí của điểm $M(1; 1; 1)$ đối với mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ là

- A. thuộc mặt cầu B. nằm ngoài mặt cầu C. nằm trong mặt cầu D. là tâm mặt cầu

Câu 8. Mặt cầu tâm $I(1; -2; 0)$, bán kính $\sqrt{3}$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 3$ B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 3$
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 9$ D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = \sqrt{3}$

Câu 9. Mặt cầu đường kính AB với $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$ B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2$
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = \sqrt{2}$ D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 2$

Câu 10. Mặt cầu tâm $I(0; 1; -1)$ đi qua gốc toạ độ có phương trình là

- A. $x^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$ B. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$
C. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 2$ D. $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 4$

Câu 11. Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi

- A. $a^2 + b^2 + c^2 - d < 0$ B. $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$
C. $a^2 + b^2 + c^2 + d > 0$ D. $a^2 + b^2 + c^2 - d \geq 0$

Câu 12. Tâm của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 1 = 0$ là

- A. $(-1; 2; -3)$ B. $(1; -2; 3)$ C. $(2; -4; 6)$ D. $(-2; 4; -6)$

Câu 13. Bán kính của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 1 = 0$ là

- A. $\sqrt{13}$ B. 13 C. $\sqrt{15}$ D. 15

Câu 14. Phương trình nào sau đây không phải là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4y = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2 = 0$

Câu 15. Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu khi và chỉ khi

A. $m > 1$

B. $m \leq 1$

C. $m < 1$

D. $m \neq 1$

Câu 16. Trong hệ trục $Oxyz$ của bài học (tâm Trái Đất là O , 1 đơn vị = 6 371 km), bề mặt Trái Đất có phương trình

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 6\,371$

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 6\,371^2$

C. $x^2 + y^2 + z^2 = 1$

D. $x + y + z = 1$

Câu 17. Trong hệ trục của bài học, cực Bắc có tọa độ là

A. $(1; 0; 0)$

B. $(0; 1; 0)$

C. $(0; 0; -1)$

D. $(0; 0; 1)$

Câu 18. Trong hệ trục của bài học, vị trí có vĩ độ $\alpha^\circ N$, kinh độ $\beta^\circ E$ có tọa độ là

A. $(\cos \alpha \cos \beta; \cos \alpha \sin \beta; \sin \alpha)$

B. $(\sin \alpha \cos \beta; \sin \alpha \sin \beta; \cos \alpha)$

C. $(\cos \alpha; \sin \beta; \sin \alpha)$

D. $(\cos \beta \cos \alpha; \sin \beta; \cos \alpha)$

Câu 19. Trong hệ trục của bài học, vị trí $0^\circ N, 0^\circ E$ (giao của kinh tuyến gốc và xích đạo) có tọa độ là

A. $(0; 1; 0)$

B. $(0; 0; 1)$

C. $(0; 0; 0)$

D. $(1; 0; 0)$

Câu 20. Khoảng cách giữa hai vị trí P, Q trên mặt đất là

A. độ dài đoạn thẳng PQ

B. độ dài cung nhỏ PQ của đường tròn tâm O đi qua P, Q

C. tổng $OP + OQ$

D. độ dài cung lớn PQ

Câu 21. Với P, Q thuộc mặt đất $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ thì $\cos \widehat{POQ}$ bằng

A. $|\overrightarrow{OP}| + |\overrightarrow{OQ}|$

B. $[\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}]$

C. $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$

D. $\frac{1}{\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}}$

Câu 22. Một trạm phát sóng đặt tại O , vùng phủ sóng bán kính 5 km. Vị trí $M(3; 4; 0)$ (km)

A. nằm trong vùng phủ sóng, không ở biên

B. nằm ngoài vùng phủ sóng

C. nằm trên mặt cầu giới hạn vùng phủ sóng

D. trùng với vị trí trạm

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho mặt cầu $(S) : (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 25$.

a) (S) có tâm $I(1; -2; 3)$.

b) (S) có bán kính $R = 25$.

c) Gốc tọa độ O nằm ngoài (S) .

d) Điểm $M(1; -2; 8)$ thuộc (S) .

Câu 2. Cho $A(1; 2; 3)$, $B(3; -2; 1)$ và mặt cầu (S) đường kính AB .

a) (S) có tâm $(2; 0; 2)$.

b) $AB = 2\sqrt{6}$.

c) (S) có bán kính $R = 6$.

d) $(S) : (x - 2)^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 24$.

Câu 3. Cho $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 5 = 0$.

- a) (S) có tâm $I(2; -1; 3)$.
- b) (S) có bán kính $R = 3$.
- c) (S) đi qua gốc tọa độ.
- d) Điểm $A(2; -1; 0)$ thuộc (S) .

Câu 4. Cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2mx - 4y + 2z + m + 5 = 0$ (m là tham số).

- a) Nếu là mặt cầu thì tâm là $(-m; 2; -1)$.
- b) Với $m = 2$, bán kính bằng 2.
- c) Với $m = \frac{1}{2}$, phương trình là mặt cầu.
- d) Với $m = -1$, phương trình là mặt cầu bán kính $\sqrt{2}$.

Câu 5. Cho mặt cầu $(S) : x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

- a) Điểm $A(1; 2; 2)$ thuộc (S) .
- b) Điểm $B(1; 1; 1)$ nằm trong (S) .
- c) Điểm $C(2; 2; 2)$ nằm trong (S) .
- d) Mỗi đường kính của (S) có độ dài 6.

Câu 6. Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và đi qua $A(3; 2; 0)$.

- a) (S) có bán kính $R = 9$.
- b) $(S) : (x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$.
- c) Với $B(-1; -2; -2)$, AB là một đường kính của (S) .
- d) Gốc tọa độ nằm ngoài (S) .

Câu 7. Trong hệ trục của bài học, vị trí $P : 45^\circ N, 45^\circ E$.

- a) Hoành độ của P bằng 0,5.
- b) Cao độ của P bằng 0,5.
- c) P thuộc mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.
- d) Vị trí $45^\circ N, 45^\circ W$ có tọa độ trùng với P .

Câu 8. Cho hai vị trí $P : 0^\circ N, 0^\circ E$ và Q là cực Bắc.

- a) $\vec{OP} \cdot \vec{OQ} = 1$.
- b) $\widehat{POQ} = 90^\circ$.
- c) Khoảng cách trên mặt đất từ P đến Q xấp xỉ 10 007,5 km.
- d) Khoảng cách trên mặt đất từ P đến Q bằng $90 \cdot 6\,371$ km.

Câu 9. Cho hai vị trí $A : 0^\circ N, 0^\circ E$ và $B : 0^\circ N, 120^\circ E$.

- a) $\cos \widehat{AOB} = -\frac{1}{2}$.
- b) $\widehat{AOB} = 60^\circ$.
- c) Khoảng cách trên mặt đất xấp xỉ 13 343,4 km.
- d) Khoảng cách trên mặt đất bằng một nửa chiều dài đường xích đạo.

Câu 10. Một trạm phát sóng đặt tại $A(2; 1; 0)$, vùng phủ sóng có bán kính 3 km (đơn vị: km).

- a) Mặt cầu giới hạn vùng phủ sóng: $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 9$.
- b) $M(3; 2; 1)$ thuộc vùng phủ sóng.
- c) $N(5; 1; 3)$ thuộc vùng phủ sóng.
- d) Gốc tọa độ không thuộc vùng phủ sóng.

Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10.

Câu 1. Tính bán kính của mặt cầu $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 + z^2 = 12,25$.

Câu 2. Tính bán kính của mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$.

Câu 3. Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z - 2 = 0$ có tâm $I(a; b; c)$. Tính $a + 2b + 3c$.

Câu 4. Tính bán kính mặt cầu có đường kính AB với $A(-1; 2; 3)$, $B(3; 0; -1)$.

Câu 5. Tìm $m > 0$ để $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 2y - 4z + m + 4 = 0$ là phương trình mặt cầu có bán kính $\sqrt{3}$.

Câu 6. Một trạm phát sóng đặt tại $A(1; 0; 2)$, vùng phủ sóng bán kính 4 km. Điểm $M(3; m; 4)$ với $m > 0$ nằm đúng trên biên vùng phủ sóng. Tìm m (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 7. Trong hệ trục của bài học, tính cao độ của vị trí $45^\circ N, 30^\circ E$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 8. Tính khoảng cách trên mặt đất (km) từ vị trí $0^\circ N, 0^\circ E$ đến vị trí $60^\circ N, 0^\circ E$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 9. Tính khoảng cách trên mặt đất (km) từ vị trí $30^\circ N, 0^\circ E$ đến vị trí $60^\circ N, 0^\circ E$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

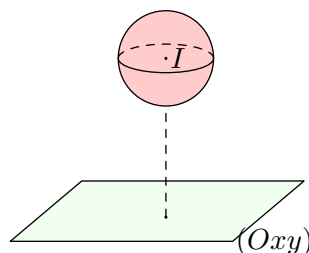
Câu 10. Mặt cầu tâm $I(1; 2; 3)$ đi qua gốc toạ độ. Tính bán kính (làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN NÂNG CAO

Nâng cao 1. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một quả bóng bay hình cầu có tâm $I(2; 3; 5)$ và bán kính 1,5 m; mặt đất là mặt phẳng (Oxy) (hình bên dưới).



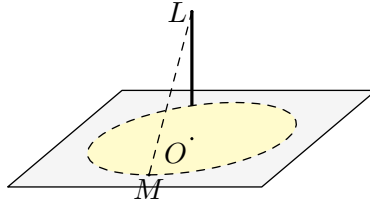
a) Mặt quả bóng có phương trình $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 5)^2 = 2,25$.

b) Khoảng cách từ tâm quả bóng đến mặt đất bằng 3,5 m.

c) Điểm thấp nhất của quả bóng cách mặt đất 3,5 m.

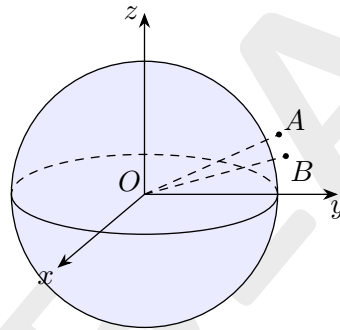
d) Quả bóng không chạm trần nhà nằm trong mặt phẳng $z = 6$.

Câu 2. Một đèn đặt tại $L(0; 0; 4)$ chiếu sáng được mọi điểm cách nó không quá 5 m; mặt sàn là (Oxy) (đơn vị: mét) (hình bên dưới).



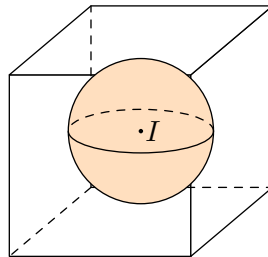
- a) Điểm $M(3; 0; 0)$ thuộc mặt cầu tâm L bán kính 5.
- b) Vùng sàn được chiếu sáng là hình tròn tâm O bán kính 3 m.
- c) Điểm $N(3; 3; 0)$ được chiếu sáng.
- d) Diện tích vùng sàn được chiếu sáng xấp xỉ $28,27 \text{ m}^2$.

Câu 3. Hai vị trí $A : 21^\circ N, 105^\circ E$ và $B : 11^\circ N, 105^\circ E$ trên mặt đất (hình bên; hệ trục của bài học).



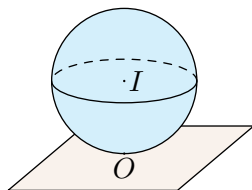
- a) A và B nằm trên cùng một kinh tuyến.
- b) $\widehat{AOB} = 32^\circ$.
- c) Khoảng cách trên mặt đất giữa A và B xấp xỉ 1 112 km.
- d) Cao độ của A bằng $\cos 21^\circ$.

Câu 4. Một hộp hình lập phương $[0; 4] \times [0; 4] \times [0; 4]$ (đơn vị: cm) chứa vừa khít một viên bi hình cầu tiếp xúc với cả sáu mặt hộp (hình bên dưới).



- a) Mặt viên bi có phương trình $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 4$.
- b) Viên bi tiếp xúc với đáy hộp tại điểm $(2; 2; 0)$.
- c) Đỉnh hộp $(4; 4; 4)$ nằm trong viên bi.
- d) Điểm $(3; 3; 3)$ nằm ngoài viên bi.

Câu 5. Một quả địa cầu đặt trên mặt bàn (Oxy) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 6z = 0$ (đơn vị: dm) (hình bên dưới).

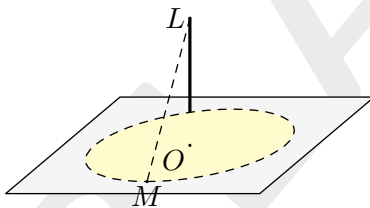


- a) Tâm quả địa cầu là $(0; 0; -3)$.
- b) Bán kính quả địa cầu bằng 3 dm.
- c) Quả địa cầu chạm mặt bàn tại gốc toạ độ O .
- d) Điểm $(0; 0; 7)$ thuộc mặt quả địa cầu.

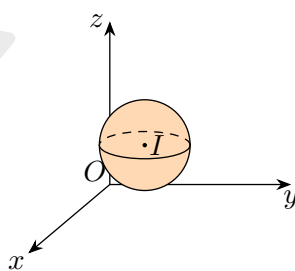
Nâng cao 2. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5.

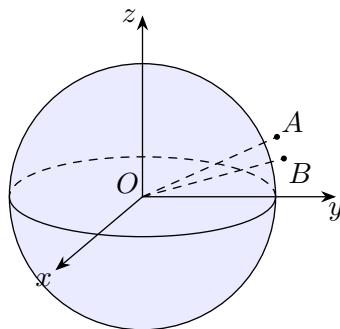
Câu 1. Một đèn đặt tại $L(0; 0; 5)$ chiếu sáng được mọi điểm cách nó không quá 13 m; mặt sàn là (Oxy). Tính diện tích vùng sàn được chiếu sáng (m^2 , làm tròn đến hàng đơn vị).



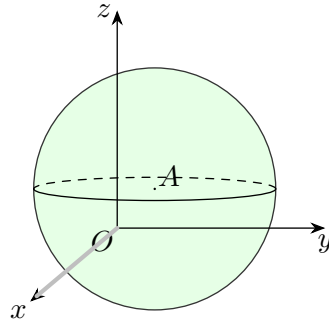
Câu 2. Một quả bóng hình cầu bán kính 12 cm nằm ở góc phòng, tiếp xúc với sàn (Oxy) và hai bức tường (Oxz), (Oyz). Tính khoảng cách (cm) từ góc phòng O đến tâm quả bóng (làm tròn đến hàng phần mười).



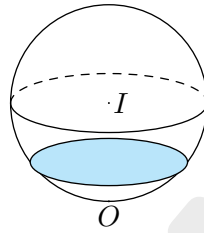
Câu 3. Tính khoảng cách trên mặt đất (km) từ vị trí $0^\circ N, 0^\circ E$ đến vị trí $45^\circ N, 0^\circ E$ (làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4. Một trạm phát sóng đặt tại $A(1; 2; 2)$, vùng phủ sóng bán kính 5 km. Một con đường chạy dọc trục Ox . Tìm hoành độ lớn nhất của điểm trên đường được phủ sóng (km, làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 5. Một bồn chứa hình cầu tâm $I(0; 0; 5)$, bán kính 5 m đặt trên mặt đất (Oxy). Mực nước trong bồn ở độ cao $z = 2$ m. Tính diện tích mặt nước (m^2 , làm tròn đến hàng phần mười).



HẾT