



Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 22. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hai đường thẳng Δ, Δ' có vectơ chỉ phương $\vec{u}, \vec{u}'$. Khi đó $\cos(\Delta, \Delta')$ bằng

- A. $\frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}'|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}'|}$ B. $\frac{\vec{u} \cdot \vec{u}'}{|\vec{u}| \cdot |\vec{u}'|}$ C. $\frac{|\vec{u} \cdot \vec{u}'|}{|\vec{u}| + |\vec{u}'|}$ D. $|\vec{u} \cdot \vec{u}'|$

Câu 2. Góc giữa hai đường thẳng trong không gian nhận giá trị trong

- A. $[0^\circ; 180^\circ]$ B. $[0^\circ; 90^\circ]$ C. $(0^\circ; 90^\circ)$ D. $[0^\circ; 360^\circ)$

Câu 3. Góc giữa hai đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; 1; 0)$ và $(0; 1; 1)$ bằng

- A. 60° B. 120° C. 30° D. 45°

Câu 4. Góc giữa trục Ox và đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; 1; 0)$ bằng

- A. 135° B. 90° C. 60° D. 45°

Câu 5. Côsin của góc giữa hai đường thẳng có vectơ chỉ phương $(2; 1; 2)$ và $(1; 2; 2)$ bằng

- A. $\frac{8}{9}$ B. $-\frac{8}{9}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{8}{3}$

Câu 6. Côsin của góc giữa trục Oz và $\Delta : x = t, y = 2t, z = -2t$ bằng

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{9}$

Câu 7. Góc giữa hai đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; 2; 3)$ và $(3; 0; -1)$ bằng

- A. 0° B. 45° C. 90° D. 60°

Câu 8. Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}$, mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}$. Khi đó

- A. $\sin(\Delta, (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$ B. $\cos(\Delta, (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$
C. $\sin(\Delta, (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| + |\vec{n}|}$ D. $\tan(\Delta, (P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$

Câu 9. Nếu vectơ chỉ phương của Δ cùng phương với vectơ pháp tuyến của (P) thì góc giữa Δ và (P) bằng

- A. 0° B. 45° C. 180° D. 90°

Câu 10. Góc giữa trục Ox và mặt phẳng $(P) : x + y = 0$ bằng

- A. 135° B. 90° C. 45° D. 30°

Câu 11. Cho Δ có vectơ chỉ phương $(1; 2; 2)$ và $(P) : 2x - y + 2z = 0$. Khi đó $\sin(\Delta, (P))$ bằng

- A. $-\frac{4}{9}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{2}{9}$

Câu 12. Góc giữa trục Oz và mặt phẳng $(P) : x - y + \sqrt{2}z - 1 = 0$ bằng

- A. 135° B. 45° C. 60° D. 30°

Câu 13. Góc giữa $\Delta : x = 1 + t, y = t, z = t$ và $(P) : x + y + z = 0$ bằng

- A. 90° B. 0° C. 45° D. 60°

Câu 14. Góc giữa đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P) : x + y + z - 1 = 0$ bằng

- A. 90° B. 45° C. 30° D. 0°

Câu 15. Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}, \vec{n}'$. Khi đó $\cos((P), (Q))$ bằng

- A. $\frac{\vec{n} \cdot \vec{n}'}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}'|}$ B. $\frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| + |\vec{n}'|}$ C. $\frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}'|}$ D. $1 - \frac{|\vec{n} \cdot \vec{n}'|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{n}'|}$

Câu 16. Góc giữa hai mặt phẳng $(P) : x + y = 0$ và $(Q) : y + z = 0$ bằng

- A. 120° B. 30° C. 60° D. 45°

Câu 17. Côsin của góc giữa $(P) : 2x - y + 2z = 0$ và mặt phẳng (Oxy) bằng

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 18. Góc giữa $(P) : x + y + z = 0$ và $(Q) : x - 2y + z = 0$ bằng

- A. 90° B. 0° C. 60° D. 45°

Câu 19. Góc giữa mặt phẳng $(P) : x + y = 0$ và mặt phẳng (Oyz) bằng

- A. 90° B. 135° C. 60° D. 45°

Câu 20. Góc giữa $(P) : x + 2y + 2z = 0$ và $(Q) : 2x + 4y + 4z + 1 = 0$ bằng

- A. 90° B. 0° C. 180° D. 45°

Câu 21. Mái nhà là hình chữ nhật $EFGH$ với $E(0; 0; 2), F(3; 0; 2), H(0; 3; 5)$ (đơn vị: mét), sàn là (Oxy) . Góc giữa mái và sàn bằng

- A. 135° B. 60° C. 45° D. 30°

Câu 22. Một ống nước thẳng nối $A(0; 0; 0)$ và $B(2; 2; 1)$; mặt sàn là (Oxy) . Góc giữa ống và mặt sàn xấp xỉ bằng

- A. $70,5^\circ$ B. $18,4^\circ$ C. $19,5^\circ$ D. 30°

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hai đường thẳng Δ, Δ' có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; -1; 0), \vec{u}' = (1; 0; 1)$.

a) $\vec{u} \cdot \vec{u}' = 1$.

b) $\cos(\Delta, \Delta') = \frac{1}{4}$.

c) $(\Delta, \Delta') = 60^\circ$.

d) $(\Delta, \Delta') = 120^\circ$.

Câu 2. Cho $\Delta : x = 1 + 2t, y = t, z = -2t$.

a) Trục Oy có vectơ chỉ phương $(0; 1; 1)$.

b) $\cos(\Delta, Oy) = \frac{1}{3}$.

c) $(\Delta, Oy) \approx 70,5^\circ$.

d) $\Delta \perp Oy$.

Câu 3. Cho Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; 2; 2)$ và $(P) : 2x + y - 2z + 1 = 0$.

a) $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$.

b) Góc giữa Δ và (P) bằng 90° .

c) Δ song song hoặc nằm trong (P) .

d) $\sin(\Delta, (P)) = 0$.

Câu 4. Cho $\Delta : x = t, y = 1, z = t$ và $(P) : x + y = 0$.

- a) (P) có vectơ pháp tuyến $(1; 1; 0)$.
- b) $\sin(\Delta, (P)) = \frac{1}{2}$.
- c) $(\Delta, (P)) = 60^\circ$.
- d) $\cos(\Delta, (P)) = \frac{1}{2}$.

Câu 5. Cho $(P) : x - y + z = 0$ và $(Q) : x + y = 0$.

- a) $(P) \perp (Q)$.
- b) Góc giữa (P) và (Q) bằng 90° .
- c) Góc giữa (P) và (Oxy) xấp xỉ $35,3^\circ$.
- d) (Q) vuông góc với (Oxy) .

Câu 6. Cho $(P) : 2x + y + 2z - 1 = 0$ và $(Q) : 2x - y + 2z = 0$.

- a) $\cos((P), (Q)) = \frac{7}{9}$.
- b) $((P), (Q)) \approx 38,9^\circ$.
- c) $(P) \parallel (Q)$.
- d) Góc giữa (P) và (Oyz) xấp xỉ $41,8^\circ$.

Câu 7. Cho $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

- a) Góc giữa Δ và $(P) : x + y = 0$ bằng 0° .
- b) Góc giữa Δ và trục Oz xấp xỉ $35,3^\circ$.
- c) Góc giữa Δ và (Oxy) xấp xỉ $35,3^\circ$.
- d) Góc giữa Δ và trục Ox xấp xỉ $65,9^\circ$.

Câu 8. Cho $A(1; 0; 0), B(0; 1; 0), C(0; 0; 1)$.

- a) (ABC) có vectơ pháp tuyến $(1; 1; 1)$.
- b) Góc giữa (ABC) và (Oxy) xấp xỉ $35,3^\circ$.
- c) Góc giữa (ABC) và (Oyz) xấp xỉ $54,7^\circ$.
- d) Đường thẳng OC tạo với (ABC) góc xấp xỉ $35,3^\circ$.

Câu 9. Mái nhà là hình chữ nhật $EFGH$ với $E(0; 0; 3), F(4; 0; 3), H(0; 3; 6)$ (đơn vị: mét), sàn là (Oxy) .

- a) Mái có vectơ pháp tuyến $(0; -1; 1)$.
- b) Góc giữa mái và sàn bằng 45° .
- c) Mái vuông góc với bức tường nằm trong mặt phẳng $y = 0$.
- d) Mái song song với trục Ox .

Câu 10. Hai dây cáp căng từ đỉnh cột $S(0; 0; 4)$ xuống hai móc $A(4; 0; 0), B(0; 4; 0)$ trên mặt đất (Oxy) (đơn vị: mét).

- a) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 16$.
- b) Góc giữa hai dây cáp bằng 60° .
- c) Dây SA tạo với mặt đất góc 45° .
- d) Mặt phẳng (SAB) tạo với mặt đất góc 45° .

Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10.

Câu 1. Tính góc giữa hai đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; 2; 3)$ và $(3; 2; 1)$ (làm tròn đến hàng phần mười của độ).

Câu 2. Tính góc giữa $\Delta : x = 1 + t, y = -t, z = 2$ và $\Delta' : x = 2, y = 1 + s, z = s$ (làm tròn đến hàng phần mười của độ).

Câu 3. Tính góc giữa đường thẳng có vectơ chỉ phương $(1; 1; 1)$ và mặt phẳng $x + 2y + 3z = 0$ (làm tròn đến hàng phần mười của độ).

Câu 4. Tính góc giữa trục Oy và mặt phẳng $3x + 4y - 5z = 0$ (làm tròn đến hàng phần mười của độ).

Câu 5. Tính góc giữa $(P) : x + 2y - z + 1 = 0$ và $(Q) : 2x - y + 3z = 0$ (làm tròn đến hàng phần mười của độ).

Câu 6. Cho $A(2; 0; 0), B(0; 3; 0), C(0; 0; 6)$. Tính góc giữa (ABC) và (Oxy) (làm tròn đến hàng phần mười của độ).

Câu 7. Tìm $m > 0$ để đường thẳng $\Delta : x = t, y = mt, z = 0$ tạo với trục Ox góc 60° (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 8. Mặt một lối dốc chứa $O(0; 0; 0), A(0; 6; 0), B(10; 0; 2)$ (đơn vị: mét). Tính góc nghiêng của mặt dốc so với mặt sàn (Oxy) (làm tròn đến hàng phần mười của độ).

Câu 9. Một dây nêo thẳng căng từ $S(0; 0; 5)$ xuống $A(3; 4; 0)$ trên mặt đất (Oxy) . Tính góc giữa dây nêo và mặt đất (làm tròn đến hàng phần mười của độ).

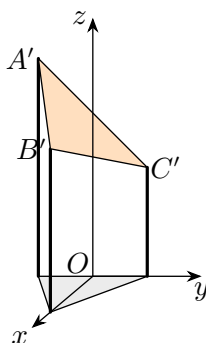
Câu 10. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $A(0; 0; 0), B(4; 0; 0), C(4; 4; 0), D(0; 4; 0), S(2; 2; 3)$. Tính góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy (làm tròn đến hàng phần mười của độ).

PHẦN NÂNG CAO

Nâng cao 1. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

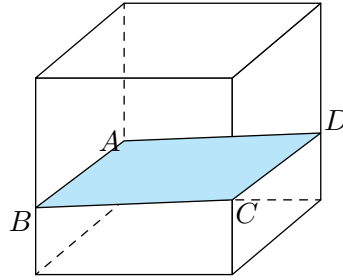
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một mái che phẳng đặt trên ba cột thẳng đứng có chân $A(0; -2; 0), B(2\sqrt{3}; 0; 0), C(0; 2; 0)$ (tam giác đều cạnh 4 m), chiều cao các cột lần lượt là 8 m, 6 m, 4 m (hình bên dưới).



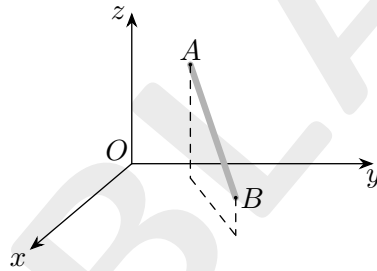
- a) Đỉnh cột tại A là $A'(0; -2; 4)$.
- b) Mái có vectơ pháp tuyến $(0; 1; 1)$.
- c) Mái nghiêng so với mặt đất một góc 45° .
- d) Mái song song với trục Oy .

Câu 2. Một bể kính hình lập phương cạnh 1 m đặt trên mặt sàn nằm nghiêng; mặt nước trong bể là hình bình hành $ABCD$ với A, B, C cách đáy bể lần lượt 30 cm, 34 cm, 38 cm. Chọn hệ trục với đáy bể là (Oxy) , đơn vị centimet: $A(0; 0; 30)$, $B(100; 0; 34)$, $C(100; 100; 38)$ (hình bên dưới).



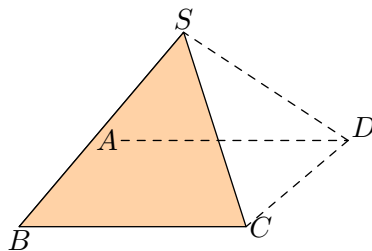
- Điểm D cách đáy bể 34 cm.
- $(1; 1; 25)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt nước.
- Đáy bể nghiêng so với mặt nước (mặt nằm ngang) một góc xấp xỉ $3,2^\circ$.
- Mặt nước vuông góc với đáy bể.

Câu 3. Một ống thoát nước thẳng nối $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 5; 1)$ (đơn vị: mét); mặt sàn là (Oxy) , một bức tường nằm trong mặt phẳng (Oxz) (hình bên dưới).



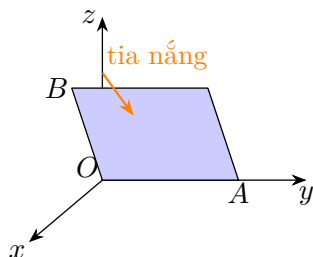
- $\overrightarrow{AB} = (4; 3; -2)$.
- Góc giữa ống và mặt sàn xấp xỉ $21,8^\circ$.
- Góc giữa ống và mặt sàn được tính bằng cosin của góc giữa $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{k}$.
- Góc giữa ống và bức tường xấp xỉ $33,9^\circ$.

Câu 4. Một mô hình kim tự tháp là hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với $A(0; 0; 0)$, $B(6; 0; 0)$, $C(6; 6; 0)$, $D(0; 6; 0)$, $S(3; 3; 4)$ (đơn vị: dm) (hình bên dưới).



- (SAB) có vectơ pháp tuyến $(0; -4; 3)$.
- Mặt bên tạo với mặt đáy góc xấp xỉ $53,1^\circ$.
- Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) xấp xỉ $21,1^\circ$.
- Cạnh bên SA tạo với mặt đáy góc xấp xỉ $46,7^\circ$.

Câu 5. Một tấm pin mặt trời phẳng chứa $O(0; 0; 0)$, $A(0; 2; 0)$, $B(1; 0; \sqrt{3})$ (đơn vị: mét), mặt đất là (Oxy) ; tia nắng có hướng $\vec{v} = (1; 0; -1)$ (hình bên dưới).

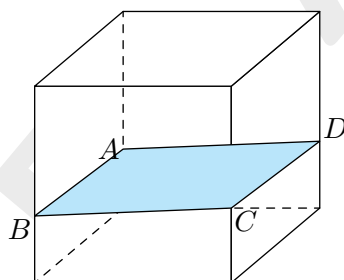


- a) Tấm pin nghiêng so với mặt đất góc 60° .
- b) Tia nắng tạo với mặt tấm pin góc 75° .
- c) Tia nắng vuông góc với mặt tấm pin.
- d) Tấm pin song song (hoặc chứa) trục Oy .

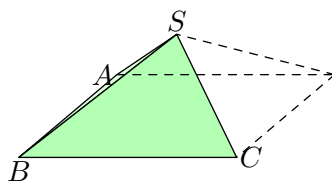
Nâng cao 2. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5.

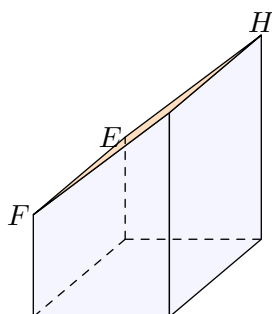
Câu 1. Một bể kính hình lập phương cạnh 1 m đặt nghiêng; mặt nước là hình bình hành $ABCD$ với A, B, C cách đáy bể lần lượt 40 cm, 46 cm, 52 cm. Tính góc nghiêng của đáy bể so với mặt nước (làm tròn đến hàng phần mười của độ).



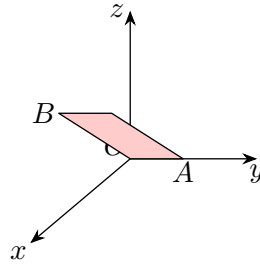
Câu 2. Một mái lều là hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $A(0; 0; 0)$, $B(8; 0; 0)$, $C(8; 8; 0)$, $S(4; 4; 3)$ (đơn vị: mét). Tính góc giữa hai mặt bên kề nhau (SAB) và (SBC) (làm tròn đến hàng phần mười của độ).



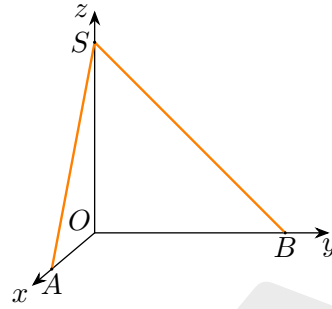
Câu 3. Mái nhà là hình chữ nhật $EFGH$ với $E(0; 0; 3)$, $F(6; 0; 3)$, $H(0; 4; 6)$ (đơn vị: mét), sàn là (Oxy) . Tính góc giữa mái và sàn (làm tròn đến hàng phần mười của độ).



Câu 4. Mặt một cầu trượt phẳng chứa $O(0;0;0)$, $A(0;1;0)$, $B(3;0;2)$ (đơn vị: mét). Tính góc giữa mặt cầu trượt và mặt đất (Oxy) (làm tròn đến hàng phần mười của độ).



Câu 5. Hai dây đèn trang trí căng thẳng từ $S(0;0;6)$ xuống $A(3;0;0)$ và $B(0;6;0)$ (đơn vị: mét). Tính góc giữa hai dây (làm tròn đến hàng phần mười của độ).



————— HẾT —————