



Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 22. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ ($a < b$) là

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$

B. $S = \int_a^b f(x) dx$

C. $S = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

D. $S = \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 2. Cho $f(x), g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

A. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

B. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$

C. $\pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx$

D. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Câu 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ bằng

A. 27

B. 9

C. 3

D. 6

Câu 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ bằng

A. $\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

Câu 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \sin x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$ bằng

A. 0

B. 1

C. 2

D. π

Câu 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 1$ bằng

A. 0

B. 2

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

Câu 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$ bằng

A. e

B. $e + 1$

C. $e - 1$

D. 1

Câu 8. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = e$ bằng

A. e

B. 1

C. $e - 1$

D. $\frac{1}{e}$

Câu 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2$ và $y = x$ bằng

A. $\frac{1}{6}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{5}{6}$

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = 1$ bằng

A. $\frac{2}{3}$

B. 2

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{4}{3}$

Câu 11. Cho $f(x) \geq g(x)$ với mọi $x \in [a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ là

- A. $\int_a^b [g(x) - f(x)] dx$ B. $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx$
 C. $\int_a^b f(x) dx \cdot \int_a^b g(x) dx$ D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

Câu 12. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = 2x$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. 4 D. $\frac{2}{3}$

Câu 13. Trong kinh tế, điểm cân bằng $(x_0; p_0)$ của một sản phẩm là

- A. giao điểm của đồ thị hàm cầu và đồ thị hàm cung
 B. giao điểm của đồ thị hàm cầu với trục hoành
 C. giao điểm của đồ thị hàm cung với trục tung
 D. đỉnh của đồ thị hàm cầu

Câu 14. Một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng vuông góc với Ox tại $x = a$, $x = b$; mặt cắt vuông góc với Ox tại x có diện tích $S(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Thể tích vật thể là

- A. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$ B. $V = \int_a^b S^2(x) dx$
 C. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$ D. $V = \int_a^b S(x) dx$

Câu 15. Một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$, $x = 1$; mặt cắt vuông góc với Ox tại x là hình vuông cạnh x . Thể tích vật thể bằng

- A. $\frac{1}{3}$ B. 1 C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 16. Thể tích khối chóp có diện tích đáy S và chiều cao h là

- A. Sh B. $\frac{1}{3}Sh$ C. $\frac{1}{2}Sh$ D. $3Sh$

Câu 17. Cho $f(x)$ liên tục, không âm trên $[a; b]$. Quay hình phẳng giới hạn bởi $y = f(x)$, trục hoành, $x = a$, $x = b$ quanh Ox . Thể tích khối tròn xoay là

- A. $\int_a^b f^2(x) dx$ B. $\pi \int_a^b f(x) dx$
 C. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$ D. $2\pi \int_a^b f(x) dx$

Câu 18. Quay hình phẳng giới hạn bởi $y = x$, trục hoành, $x = 0$, $x = 1$ quanh Ox . Thể tích khối tròn xoay bằng

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. π

Câu 19. Quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, trục hoành, $x = 0$, $x = 2$ quanh Ox . Thể tích khối tròn xoay bằng

- A. 4π B. 2π C. π D. $\frac{4\sqrt{2}\pi}{3}$

Câu 20. Quay hình phẳng giới hạn bởi $y = 2$, trục hoành, $x = 0$, $x = 3$ quanh Ox được một khối trụ. Thể tích khối trụ bằng

- A. 12π B. 6π C. 12 D. 18π

Câu 21. Thể tích khối cầu bán kính 1 bằng

- A. 4π B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. π

Câu 22. Thể tích khối nón có bán kính đáy 2 và chiều cao 3 bằng

- A. 12π B. 4π C. 2π D. 6π

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = x^2 - 2x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$.

- a) $x^2 - 2x \leq 0$ với mọi $x \in [0; 2]$.
b) Diện tích của (H) bằng $\int_0^3 (x^2 - 2x) dx$.
c) Diện tích của (H) bằng $\frac{8}{3}$.
d) Diện tích của (H) bằng $\frac{4}{3}$.

Câu 2. Xét hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x^2$ và $y = x + 2$.

- a) Hai đồ thị cắt nhau tại các điểm có hoành độ 1 và -2 .
b) Trên $[-1; 2]$, $x + 2 \geq x^2$.
c) Diện tích hình phẳng bằng $\frac{9}{2}$.
d) Diện tích hình phẳng bằng $\int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$.

Câu 3. Xét hình phẳng giới hạn bởi $y = \sin x, y = \cos x$ và hai đường thẳng $x = 0, x = \pi$.

- a) Trên $[0; \pi]$, hai đồ thị cắt nhau tại điểm có hoành độ $\frac{\pi}{4}$.
b) Diện tích hình phẳng bằng $\left| \int_0^\pi (\sin x - \cos x) dx \right|$.
c) Diện tích hình phẳng bằng $2\sqrt{2}$.
d) Diện tích hình phẳng bằng 0.

Câu 4. Hàm cầu và hàm cung của một sản phẩm lần lượt là $p = -0,6x + 15$ và $p = 0,4x + 5$.

- a) Điểm cân bằng có $x_0 = 10$.
b) $p_0 = 9$.
c) Thặng dư tiêu dùng bằng 20.
d) Thặng dư sản xuất bằng 20.

Câu 5. Một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0, x = 4$; mặt cắt vuông góc với Ox tại x ($0 \leq x \leq 4$) là hình vuông cạnh $\sqrt{x}$.

- a) Diện tích mặt cắt $S(x) = \sqrt{x}$.
b) Thể tích vật thể bằng 8.
c) Thể tích vật thể bằng 8π .
d) Nếu mặt cắt là hình tròn bán kính $\sqrt{x}$ thì thể tích bằng 8π .

Câu 6. Xét khối chóp đều có đáy là hình vuông cạnh 6, chiều cao 4. Chọn gốc O tại đỉnh chóp, trục Ox đi qua tâm đáy (đáy nằm trong mặt phẳng $x = 4$).

- a) Mặt cắt tại x ($0 \leq x \leq 4$) là hình vuông cạnh $\frac{3x}{2}$.
- b) Diện tích mặt cắt $S(x) = \frac{3x^2}{2}$.
- c) Thể tích khối chóp bằng 48.
- d) Thể tích khối chóp bằng 144.

Câu 7. Quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, trục hoành, $x = 0$, $x = 4$ quanh Ox .

- a) Mặt cắt vuông góc với Ox tại x là hình tròn bán kính x .
- b) Diện tích mặt cắt $S(x) = \pi x$.
- c) Thể tích khối tròn xoay bằng 8π .
- d) Thể tích khối tròn xoay bằng $\frac{16\pi}{3}$.

Câu 8. Khối cầu bán kính R sinh ra khi quay nửa hình tròn $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ ($-R \leq x \leq R$) quanh trục hoành.

- a) $V = \pi \int_{-R}^R (R^2 - x^2) dx$.
- b) Với $R = 3$, $V = 36\pi$.
- c) Với $R = 3$, $V = 36$.
- d) Với $R = 3$, thể tích nửa khối cầu bằng 18π .

Câu 9. Quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \frac{x}{2}$, trục hoành, $x = 0$, $x = 4$ quanh Ox .

- a) Ta được khối nón có bán kính đáy 2 và chiều cao 4.
- b) Thể tích khối nón bằng $\frac{16\pi}{3}$.
- c) $V = \pi \int_0^4 \frac{x}{2} dx$.
- d) $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 2^2 \cdot 4$.

Câu 10. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $y = 2x - x^2$ và trục hoành.

- a) Diện tích của (H) bằng $\frac{4}{3}$.
- b) Quay (H) quanh Ox được khối có thể tích $\frac{4\pi}{3}$.
- c) $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$.
- d) $V = \pi \left(\frac{4}{3}\right)^2$.

Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10.

Câu 1. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x^2 - 2x$ và $y = x$.

Câu 2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x^3 - 4x$ và trục hoành.

Câu 3. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = e^x$, $y = e$ và trục tung.

Câu 4. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$ và $y = \frac{x}{2}$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2 - 2x$, $y = -x^2 + 4x$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Quay hình phẳng giới hạn bởi $y = 4 - x^2$ và trục hoành quanh Ox . Tính thể tích khối tròn xoay (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 7. Quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{9 - x^2}$, trục hoành, $x = 1$, $x = 3$ quanh Ox . Tính thể tích khối tròn xoay (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 8. Một vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0$, $x = 6$; mặt cắt vuông góc với Ox tại x là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng x . Tính thể tích vật thể.

Câu 9. Tính thể tích khối chóp cắt đều có diện tích hai đáy là 16 và 36, chiều cao 3.

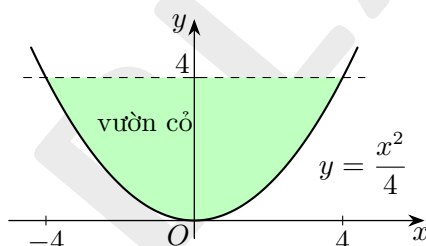
Câu 10. Tìm số thực $a > 0$ sao cho diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = a$ bằng 36.

PHẦN NÂNG CAO

Nâng cao 1. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

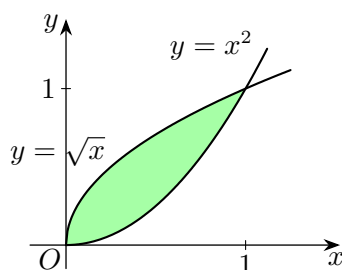
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một mảnh vườn có dạng hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y = \frac{x^2}{4}$ và đường thẳng $y = 4$ (đơn vị: mét, hình dưới). Người ta trồng cỏ trên mảnh vườn với giá 50 nghìn đồng/m².



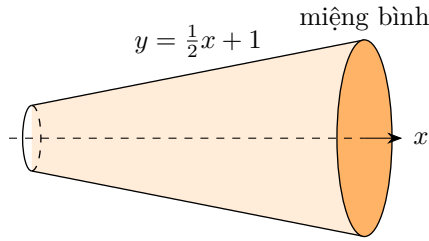
- a) Parabol và đường thẳng cắt nhau tại các điểm có hoành độ ± 4 .
- b) Diện tích mảnh vườn bằng $\frac{64}{3}$ m².
- c) Chi phí trồng cỏ xấp xỉ 1,6 triệu đồng.
- d) Diện tích mảnh vườn lớn hơn một nửa diện tích hình chữ nhật có hai kích thước 8 m và 4 m.

Câu 2. Một xưởng in cắt các tấm nhãn hình chiếc lá giới hạn bởi hai đường $y = x^2$ và $y = \sqrt{x}$ (đơn vị: dm, hình dưới).



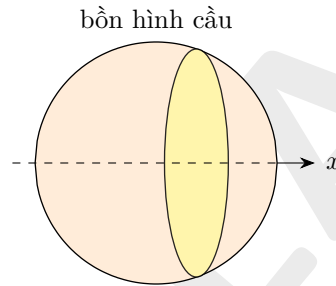
- a) Hai đường cắt nhau tại các điểm có hoành độ 0 và 1.
- b) Diện tích một tấm nhãn bằng $\frac{1}{2}$ dm².
- c) Trên $[0; 1]$, $x^2 \geq \sqrt{x}$.
- d) 100 tấm nhãn có tổng diện tích xấp xỉ 33,33 dm².

Câu 3. Một bình hoa có dạng khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \frac{1}{2}x + 1$, trục hoành, $x = 0$, $x = 4$ quanh Ox (đơn vị: dm, hình dưới).



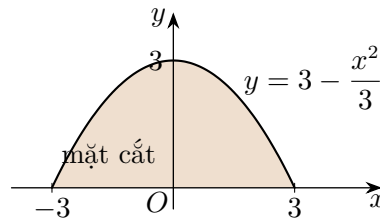
- a) Bán kính đáy bình (tại $x = 0$) bằng 2 dm.
- b) Thể tích bình bằng $\frac{52\pi}{3}$ dm³.
- c) Bình chứa được khoảng 54,45 lít.
- d) Bình chứa được 60 lít nước.

Câu 4. Một bồn chứa nước dạng hình cầu có bán kính trong 1,5 m (hình dưới).



- a) Thể tích bồn bằng $\pi \int_{-1,5}^{1,5} (2,25 - x^2) dx$.
- b) Thể tích bồn bằng 4,5π m³.
- c) Bồn chứa được 15 000 lít nước.
- d) Lượng nước cần để đổ đầy một nửa bồn là 2,25π m³.

Câu 5. Một đường hầm dài 50 m có mặt cắt vuông góc với trục hầm là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 3 - \frac{x^2}{3}$ và trục hoành (đơn vị: mét, hình dưới). Đào 1 m³ đất hết 200 nghìn đồng.

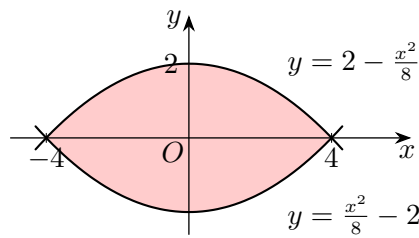


- a) Diện tích mặt cắt bằng 18 m².
- b) Thể tích đất phải đào bằng $\int_0^{50} 12 dx = 600$ m³.
- c) Thể tích đất phải đào bằng $\pi \int_{-3}^3 \left(3 - \frac{x^2}{3}\right)^2 dx$.
- d) Chi phí đào đất là 120 triệu đồng.

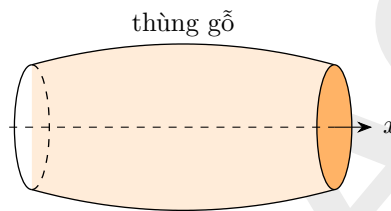
Nâng cao 2. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5.

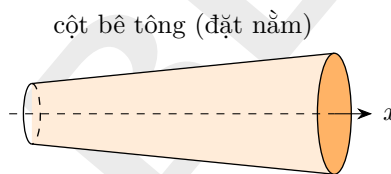
Câu 1. Một biển quảng cáo có dạng hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = 2 - \frac{x^2}{8}$ và $y = \frac{x^2}{8} - 2$ (đơn vị: mét, hình dưới). Chi phí sơn là 0,3 triệu đồng/m². Tính chi phí sơn (triệu đồng) cho biển.



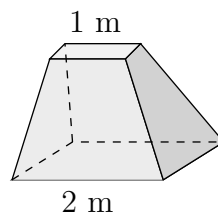
Câu 2. Một thùng gỗ có dạng khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = 4 - \frac{x^2}{16}$, trục hoành, $x = -4$, $x = 4$ quanh Ox (đơn vị: dm, hình dưới). Thùng chứa được bao nhiêu lít (làm tròn đến hàng đơn vị)?



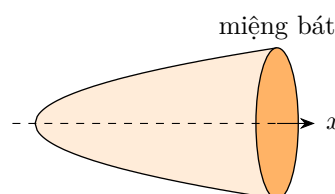
Câu 3. Một cột bê tông có dạng khối nón cụt, bán kính hai đáy 0,2 m và 0,4 m, chiều cao 3 m (hình dưới). Tính thể tích bê tông (m³) cần đổ cột (làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 4. Một chân đế bằng đá có mặt cắt vuông góc với trục (trục Ox thẳng đứng) tại độ cao x (m) là hình vuông cạnh $2 - \frac{x}{2}$, $0 \leq x \leq 2$ (hình dưới). Tính thể tích chân đế (m³, làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 5. Lòng một chiếc bát có dạng khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = \sqrt{2x}$, trục hoành, $x = 0$, $x = 4$ quanh Ox (đơn vị: cm, hình dưới). Tính thể tích lòng bát (cm³, làm tròn đến hàng phần mười).



HẾT