



Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 24. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = \left(\frac{5}{4}\right)^n$ B. $u_n = \frac{3}{n^2}$ C. $u_n = \frac{n+1}{n}$ D. $u_n = 2^n$

Câu 2. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $|u_n - 3| \leq \frac{1}{n^2}$ với mọi $n \geq 1$. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ bằng

- A. 3 B. 0 C. $\frac{1}{3}$ D. -3

Câu 3. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n^3} = 0$. B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0$.
C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{3}{2}\right)^n = 0$. D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 7 = 7$.

Câu 4. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 + 2n}{1 - n^2}$ bằng

- A. 3 B. 0 C. -2 D. -3

Câu 5. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+3}{n^2+1}$ bằng

- A. 2 B. 3 C. $+\infty$ D. 0

Câu 6. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n)$ bằng

- A. 0 B. $\frac{3}{2}$ C. 3 D. $+\infty$

Câu 7. Tổng $S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{2}{3^{n-1}} + \dots$ bằng

- A. 3 B. 6 C. $\frac{2}{3}$ D. 4

Câu 8. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $0,(45) = 0,454545\dots$ được viết dưới dạng phân số tối giản là

- A. $\frac{9}{20}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{5}{11}$ D. $\frac{1}{2}$

Câu 9. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^3 - 4n^2 + 1)$ bằng

- A. $-\infty$ B. $+\infty$ C. 1 D. 0

Câu 10. Giá trị của $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 - n^2}{n + 1}$ bằng

- A. 0 B. -1 C. $+\infty$ D. $-\infty$

Câu 11. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + x - 1)$ bằng

- A. 5 B. 3 C. 1 D. 7

Câu 12. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ bằng

A. 0

B. 2

C. -2

D. -1

Câu 13. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{x - 9}$ bằng

A. 0

B. $\frac{1}{3}$

C. 6

D. $\frac{1}{6}$

Câu 14. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x - 2|}{x - 2}$ bằng

A. 1

B. -1

C. 0

D. không tồn tại

Câu 15. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{nếu } x < 1 \\ x^2 + 1 & \text{nếu } x \geq 1. \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$.

B. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.

C. Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

D. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$.

Câu 16. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{3x + 4}$ bằng

A. $-\frac{1}{4}$

B. $\frac{3}{2}$

C. $\frac{2}{3}$

D. 0

Câu 17. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x}}{x}$ bằng

A. 1

B. -1

C. 0

D. $+\infty$

Câu 18. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 2}{x - 1}$ bằng

A. $+\infty$

B. $-\infty$

C. 3

D. 0

Câu 19. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - x + 2)$ bằng

A. $+\infty$

B. 2

C. 0

D. $-\infty$

Câu 20. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x}{x - 3} & \text{nếu } x \neq 3 \\ a & \text{nếu } x = 3. \end{cases}$$

Hàm số liên tục tại $x = 3$ khi và chỉ khi

A. $a = 0$

B. $a = -3$

C. $a = 3$

D. $a = 1$

Câu 21. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{nếu } x \leq 1 \\ 2x - 1 & \text{nếu } x > 1. \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục tại $x = 1$.
- B. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$ vì không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.
- C. Hàm số gián đoạn tại $x = 1$ vì $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq f(1)$.
- D. Hàm số không xác định tại $x = 1$.

Câu 22. Hàm số nào sau đây liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \tan x$
- B. $y = \frac{x+1}{x-2}$
- C. $y = \sqrt{x}$
- D. $y = x^3 - \sin x$

Câu 23. Hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-4}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-3; 0)$
- B. $(1; 3)$
- C. $(-2; 2)$
- D. $(-\infty; 0)$

Câu 24. Phương trình $x^3 + 2x - 4 = 0$ chắc chắn có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 1)$
- B. $(1; 2)$
- C. $(-1; 0)$
- D. $(2; 3)$

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n+1}{n+2}$.

- a) $u_1 = 1$.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$.
- c) $u_n > 2$ với mọi $n \geq 1$.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(u_n - 2) = 3$.

Câu 2. Cho dãy số (v_n) với $v_n = \sqrt{n^2 + 4n} - n$.

- a) $v_1 = \sqrt{5} - 1$.
- b) $v_n = \frac{4n}{\sqrt{n^2 + 4n} + n}$ với mọi $n \geq 1$.
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{v_n}{n} = 2$.

Câu 3. Cho cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1 = 4$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

- a) $u_2 = -2$.
- b) Tổng của cấp số nhân bằng 8.
- c) Tổng của cấp số nhân bằng $\frac{8}{3}$.
- d) $u_n = 4 \left(-\frac{1}{2}\right)^n$ với mọi $n \geq 1$.

Câu 4. Xét các số thập phân vô hạn tuần hoàn.

- a) $0,(12) = \frac{12}{99}$.
- b) $0,(12) = \frac{4}{33}$.
- c) $1,(2) = \frac{6}{5}$.
- d) $0,(9) < 1$.

Câu 5. Xét giới hạn của các dãy số sau.

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^2 - 3n) = +\infty$.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-2n^3 + n) = +\infty$.
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (3^n - 2^n) = +\infty$.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{n^2+1} = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$.

- a) Hàm số $f(x)$ xác định tại $x = 2$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 3$.

Câu 7. Cho hàm số $g(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$ với $x \geq -1, x \neq 0$.

- a) $g(3) = \frac{1}{3}$.
- b) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + 1}$ với mọi $x \geq -1, x \neq 0$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \frac{1}{2}$.

Câu 8. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{nếu } x < 2 \\ 2x - 1 & \text{nếu } x \geq 2. \end{cases}$$

- a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$.
- c) Tồn tại $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.
- d) $f(2) = 4$.

Câu 9. Cho hàm số $h(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}$.

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 2$.
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = 2$.
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = -2$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = 2$.

Câu 10. Cho hàm số $k(x) = \frac{x+1}{x-3}$.

- a) $\lim_{x \rightarrow 3^+} k(x) = +\infty$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} k(x) = +\infty$.
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = 1$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 3} k(x) = +\infty$.

Câu 11. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ m & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$$

(m là tham số).

- a) Khi $m = 2$ thì hàm số liên tục tại $x = 1$.
- b) Khi $m = 1$ thì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.
- c) Với mọi m , hàm số liên tục trên khoảng $(1; +\infty)$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = m$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x - 1$.

- a) $f(0) = -1$.
- b) $f(1) \cdot f(2) > 0$.
- c) Phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất ba nghiệm thuộc khoảng $(-2; 2)$.
- d) Phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$.

Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu 1. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{4n^2 + 3n} - 2n)$.

Câu 2. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 + 2 + 3 + \dots + n}{n^2 + 1}$.

Câu 3. Một cấp số nhân lùi vô hạn (u_n) có $u_1 = 6$ và tổng bằng 9. Tính tổng $u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2 + \dots$.

Câu 4. Viết số thập phân vô hạn tuần hoàn $2, (15) = 2,151515\dots$ dưới dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (a, b nguyên dương). Tính $a + b$.

Câu 5. Tìm số thực a để $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + an} - n) = 3$.

Câu 6. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$.

Câu 7. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x+6} - 3}$.

Câu 8. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x+2} - 2} & \text{nếu } x > -2, x \neq 2 \\ m & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$$

Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 2$.

Câu 9. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} + x)$.

Câu 10. Có bao nhiêu số nguyên $a \in [-5; 5]$ để $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+a}{x-1} = +\infty$?

Câu 11. Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x+a & \text{nếu } x \leq 1 \\ x^2+bx & \text{nếu } 1 < x \leq 3 \\ 3x+3 & \text{nếu } x > 3 \end{cases}$$

(a, b là các tham số). Biết hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Tính $a+b$.

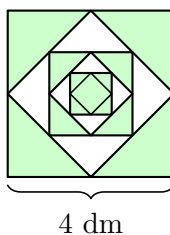
Câu 12. Phương trình $x^4 - 5x^2 + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

PHẦN NÂNG CAO

Nâng cao 1. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Từ một tấm bìa hình vuông cạnh 4 dm, người ta vẽ hình vuông thứ hai có các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông thứ nhất, rồi vẽ hình vuông thứ ba có các đỉnh là trung điểm các cạnh của hình vuông thứ hai, và cứ tiếp tục như vậy mãi (hình vẽ). Gọi S_n (dm²) là diện tích hình vuông thứ n .



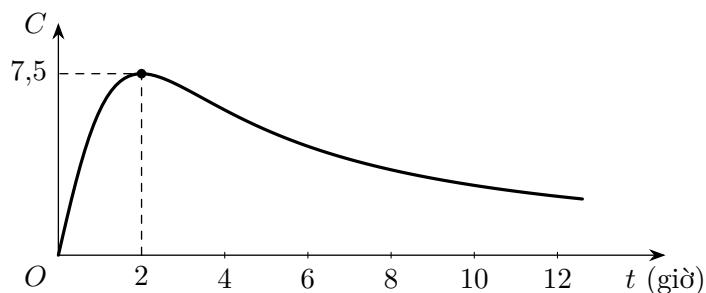
a) Cạnh của hình vuông thứ hai bằng $2\sqrt{2}$ dm.

b) $S_n = 16 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$.

c) Tổng diện tích của tất cả các hình vuông bằng 24 dm².

d) Tổng chu vi của tất cả các hình vuông bằng 64 dm.

Câu 2. Nồng độ một loại thuốc trong máu (mg/l) sau khi tiêm t giờ được mô hình hoá bởi $C(t) = \frac{30t}{t^2 + 4}$, $t \geq 0$ (hình vẽ).

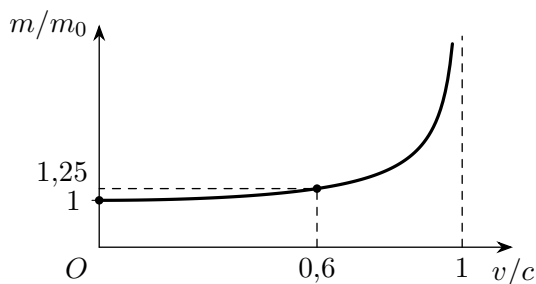


- a) $C(2) = 7,5$.
- b) $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = 30$.
- c) $C(t) \leq 7,5$ với mọi $t \geq 0$.
- d) Nồng độ thuốc lúc $t = 6$ lớn hơn lúc $t = 1$.

Câu 3. Theo thuyết tương đối, khối lượng của một vật chuyển động với tốc độ v là

$$m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad 0 \leq v < c,$$

trong đó m_0 là khối lượng khi vật đứng yên và c là tốc độ ánh sáng (hình vẽ biểu diễn tỉ số m/m_0 theo v/c).

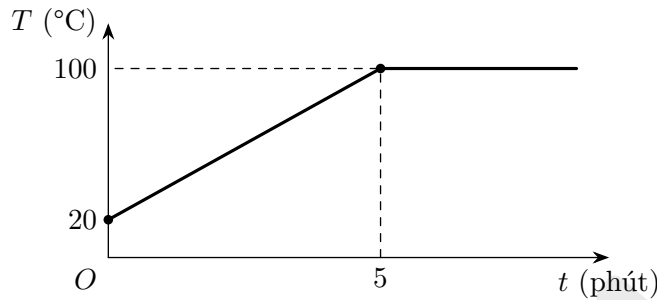


- a) $m(0) = m_0$.
- b) Khi $v = 0,8c$ thì $m = 1,25 m_0$.
- c) $\lim_{v \rightarrow c^-} m(v) = +\infty$.
- d) $\lim_{v \rightarrow c^-} m(v) = 2m_0$.

Câu 4. Một ấm điện đun nước, nhiệt độ của nước ($^{\circ}\text{C}$) sau t phút là

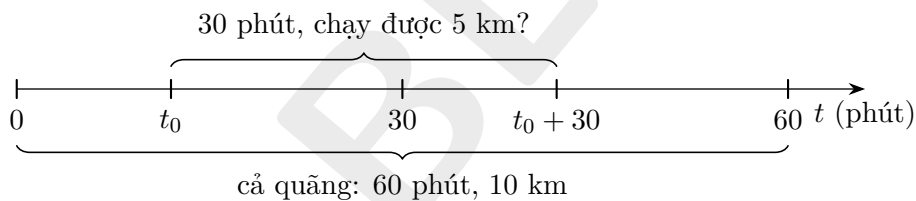
$$T(t) = \begin{cases} 20 + 16t & \text{nếu } 0 \leq t \leq 5 \\ 100 & \text{nếu } t > 5 \end{cases}$$

(nước sôi thì giữ 100°C ; hình vẽ).



- a) $T(2) = 52$.
- b) $\lim_{t \rightarrow 5^-} T(t) = 96$.
- c) Hàm số $T(t)$ liên tục tại $t = 5$.
- d) Có thời điểm $t \in (0; 5)$ nhiệt độ của nước bằng 110°C .

Câu 5. Một người chạy bộ quãng đường 10 km trong 60 phút (có lúc nhanh, lúc chậm). Gọi $s(t)$ (km) là quãng đường đã chạy sau t phút; $s(t)$ liên tục trên $[0; 60]$, $s(0) = 0$. Xét hàm $g(t) = s(t + 30) - s(t) - 5$ với $t \in [0; 30]$ (hình vẽ).

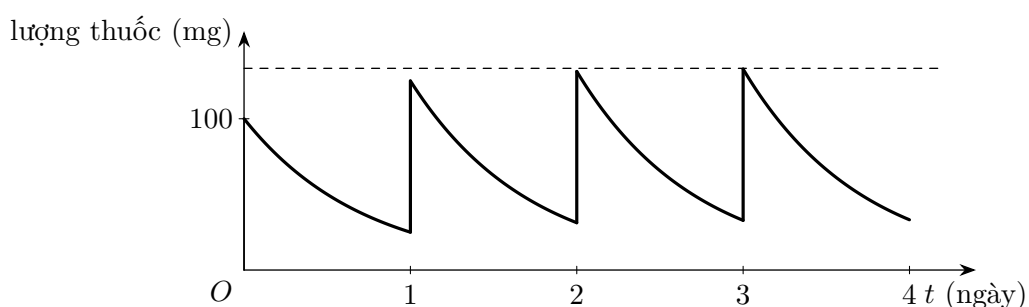


- a) $s(60) - s(0) = 5$.
- b) $g(0) + g(30) = 0$.
- c) Nếu $g(0) \neq 0$ thì $g(0) \cdot g(30) < 0$.
- d) Luôn có đúng một khoảng thời gian 30 phút liên tiếp người đó chạy được đúng 5 km.

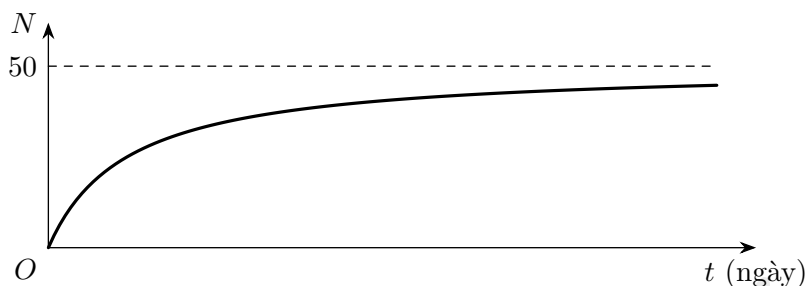
Nâng cao 2. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5.

Câu 1. Một bệnh nhân uống 100 mg thuốc vào cùng một giờ mỗi ngày. Sau mỗi 24 giờ, lượng thuốc còn lại trong cơ thể bằng 25% lượng thuốc có ngay sau lần uống trước (hình vẽ). Lượng thuốc ngay sau lần uống thứ n là $A_n = 100 + 100 \cdot 0,25 + \dots + 100 \cdot 0,25^{n-1}$ (mg). Về lâu dài, A_n dần tới bao nhiêu miligam? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



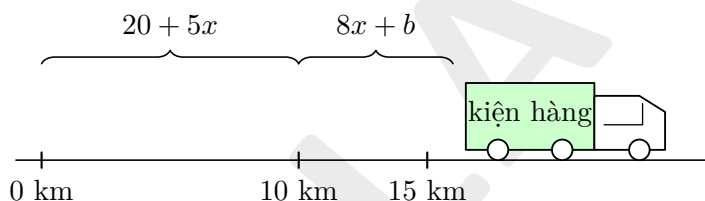
Câu 2. Số từ vựng tiếng Anh một học sinh nhớ được sau t ngày học theo một chương trình được mô hình hoá bởi $N(t) = \frac{50t}{t+4}$ (từ, $t \geq 0$ (hình vẽ)). Biết $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t)$ là mức giới hạn. Sau bao nhiêu ngày thì số từ nhớ được bằng 80% mức giới hạn đó?



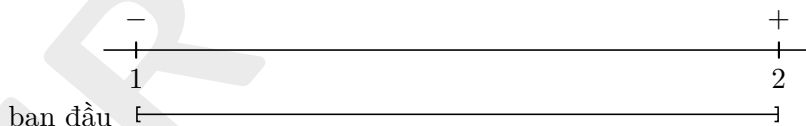
Câu 3. Cước vận chuyển (nghìn đồng) một kiện hàng đi quãng đường x km được tính bởi

$$f(x) = \begin{cases} 20 + 5x & \text{nếu } 0 < x \leq 10 \\ 8x + b & \text{nếu } x > 10 \end{cases}$$

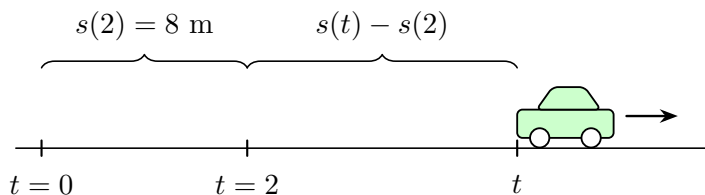
(b là hằng số; hình vẽ). Biết $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$. Tính cước vận chuyển (nghìn đồng) cho quãng đường 15 km.



Câu 4. Để tìm gần đúng nghiệm của phương trình $x^3 + x - 5 = 0$, một chương trình máy tính làm như sau: xét $f(x) = x^3 + x - 5$ trên đoạn $[1; 2]$; mỗi bước chia đôi đoạn đang xét và giữ lại nửa đoạn mà f có giá trị trái dấu ở hai đầu mút (hình vẽ). Sau ba bước chia đôi, chương trình lấy trung điểm của đoạn cuối cùng làm nghiệm gần đúng. Tính nghiệm gần đúng đó. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Câu 5. Một ô tô chuyển động thẳng, quãng đường (m) đi được sau t giây là $s(t) = t^2 + 2t$ (hình vẽ). Vận tốc trung bình trên khoảng thời gian từ 2 giây đến t giây ($t \neq 2$) là $v_{tb} = \frac{s(t) - s(2)}{t - 2}$. Tính $\lim_{t \rightarrow 2} v_{tb}$ (m/s).



HẾT