



**Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 24. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên khoảng  $(a; b)$  chứa điểm  $x_0$ . Hàm số  $f(x)$  gián đoạn tại điểm  $x_0$  khi và chỉ khi

- A.  $f(x_0) = 0$ .
- B. không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  hoặc  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$ .
- C. tồn tại  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  và  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .
- D.  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = f(x_0)$ .

**Câu 2.** Hàm số  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  liên tục tại  $x_0 = 2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  bằng

- A. 11
- B. -3
- C. 1
- D. -1

**Câu 3.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ a & \text{nếu } x = 2. \end{cases}$$

Hàm số liên tục tại  $x = 2$  khi và chỉ khi

- A.  $a = 1$
- B.  $a = 0$
- C.  $a = -1$
- D.  $a = -3$

**Câu 4.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ 3 & \text{nếu } x = 1. \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số liên tục tại  $x = 1$ .
- B. Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$  vì  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0 \neq f(1)$ .
- C. Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$  vì không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .
- D. Hàm số gián đoạn tại  $x = 1$  vì  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \neq f(1)$ .

**Câu 5.** Hàm số nào sau đây gián đoạn tại  $x = 0$ ?

- A.  $y = x^3 - 2x$
- B.  $y = \cos x$
- C.  $y = \sqrt{x + 4}$
- D.  $y = \begin{cases} x + 1 & \text{nếu } x \geq 0 \\ x - 1 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$

**Câu 6.** Cho hàm số

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x \geq 0 \\ 0 & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $H$  liên tục tại  $x = 0$  vì  $H(0) = 1$ .
- B.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} H(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} H(x) = 1$ .
- C.  $H$  gián đoạn tại  $x = 0$  vì  $\lim_{x \rightarrow 0^-} H(x) = 0 \neq H(0)$ .
- D.  $H$  gián đoạn tại  $x = 0$  vì  $H(0)$  không xác định.

**Câu 7.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{nếu } x < 2 \\ 3x - 1 & \text{nếu } x \geq 2. \end{cases}$$

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số gián đoạn tại  $x = 2$  vì  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ .
- B. Hàm số liên tục tại  $x = 2$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$ .
- D.  $f(2) = 4$ .

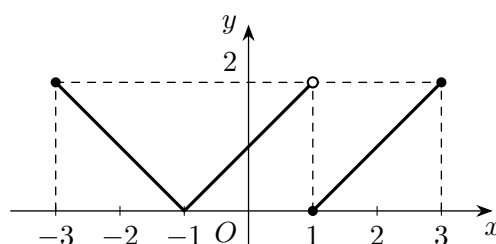
**Câu 8.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 3x - m & \text{nếu } x \leq 2 \\ x^2 + 1 & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$$

( $m$  là tham số). Hàm số liên tục tại  $x = 2$  khi và chỉ khi

- A.  $m = -1$
- B.  $m = 5$
- C.  $m = 2$
- D.  $m = 1$

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định trên đoạn  $[-3; 3]$  và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số  $f(x)$  gián đoạn tại điểm nào sau đây?

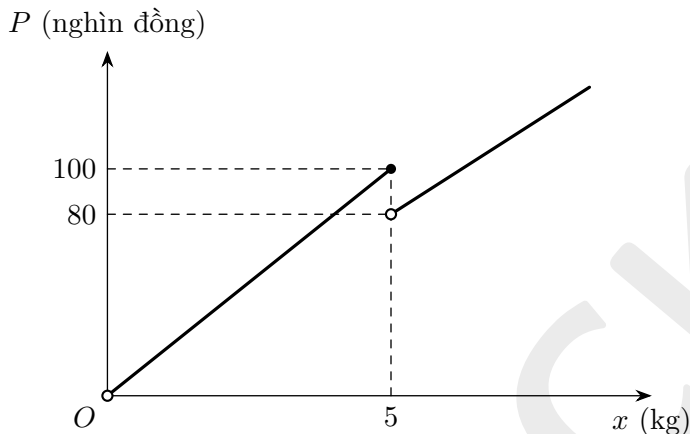


- A.  $x = -1$
- B.  $x = 0$
- C.  $x = 1$
- D.  $x = 2$

**Câu 10.** Một cửa hàng bán gạo: nếu mua không quá 5 kg thì giá 20 nghìn đồng/kg; nếu mua trên 5 kg thì toàn bộ số gạo được tính giá 16 nghìn đồng/kg. Số tiền (nghìn đồng) phải trả khi mua  $x$  kg gạo là

$$P(x) = \begin{cases} 20x & \text{nếu } 0 < x \leq 5 \\ 16x & \text{nếu } x > 5 \end{cases}$$

và có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Hàm số  $P(x)$  liên tục tại  $x = 5$ .
- B. Hàm số  $P(x)$  gián đoạn tại  $x = 5$  vì  $\lim_{x \rightarrow 5^+} P(x) = 80 \neq P(5) = 100$ .
- C.  $\lim_{x \rightarrow 5^-} P(x) = 80$ .
- D. Hàm số  $P(x)$  gián đoạn tại  $x = 5$  vì  $P(5)$  không xác định.

**Câu 11.** Hàm số  $y = f(x)$  xác định trên đoạn  $[a; b]$  được gọi là liên tục trên đoạn  $[a; b]$  nếu nó liên tục trên khoảng  $(a; b)$  và

- A.  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a), \lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$ .
- B.  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a), \lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$ .
- C.  $f(a) \cdot f(b) < 0$ .
- D.  $f(a) = f(b)$ .

**Câu 12.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{nếu } 0 \leq x < 2 \\ 3 & \text{nếu } x = 2. \end{cases}$$

Hàm số  $f(x)$  liên tục trên tập nào sau đây?

- A.  $[0; 2)$
- B.  $[0; 2]$
- C.  $(0; 2]$
- D.  $[1; 2]$

**Câu 13.** Hàm số  $y = \sqrt{x+2}$  liên tục trên

- A.  $\mathbb{R}$
- B.  $(-\infty; -2]$
- C.  $(-\infty; 2]$
- D.  $[-2; +\infty)$

**Câu 14.** Hàm số nào sau đây liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

- A.  $y = \tan x$
- B.  $y = \cot x$
- C.  $y = \frac{x+1}{x^2+1}$
- D.  $y = \frac{1}{x+2}$

**Câu 15.** Hàm số  $y = \tan x$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(0; \pi)$
- B.  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$
- C.  $(0; 2\pi)$
- D.  $\mathbb{R}$

**Câu 16.** Hàm số  $y = \cot x$  liên tục trên khoảng nào sau đây?

- A.  $(0; \pi)$
- B.  $(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$
- C.  $(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2})$
- D.  $(-\pi; \pi)$

**Câu 17.** Hàm số  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+x-6}$  liên tục trên

- A.  $\mathbb{R}$ .
- B. các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(1; +\infty)$ .
- C. các khoảng  $(-\infty; -3)$ ,  $(-3; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .
- D. các khoảng  $(-\infty; -2)$ ,  $(-2; 3)$  và  $(3; +\infty)$ .

**Câu 18.** Hàm số  $y = \sqrt{x} + \cos x$  liên tục trên

- A.  $\mathbb{R}$
- B.  $[0; +\infty)$
- C.  $(-\infty; 0]$
- D.  $(-1; +\infty)$

**Câu 19.** Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  liên tục tại  $x = 3$  với  $f(3) = 4$ ,  $g(3) = -2$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) \cdot g(x) - f(x)]$  bằng

- A.  $-12$
- B.  $-4$
- C.  $4$
- D.  $-8$

**Câu 20.** Cho hai hàm số  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$  liên tục tại điểm  $x_0$ . Khẳng định nào sau đây **có thể sai**?

- A. Hàm số  $y = f(x) + g(x)$  liên tục tại  $x_0$ .
- B. Hàm số  $y = f(x) - g(x)$  liên tục tại  $x_0$ .
- C. Hàm số  $y = f(x) \cdot g(x)$  liên tục tại  $x_0$ .
- D. Hàm số  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  liên tục tại  $x_0$ .

**Câu 21.** Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  liên tục tại  $x = 1$  với  $f(1) = 3$ ,  $g(1) = 1$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 2g(x)}{f(x) - g(x)}$  bằng

- A.  $\frac{5}{4}$
- B.  $\frac{5}{2}$
- C.  $2$
- D.  $4$

**Câu 22.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a; b]$  và  $f(a) \cdot f(b) < 0$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Phương trình  $f(x) = 0$  có đúng một nghiệm thuộc khoảng  $(a; b)$ .
- B. Phương trình  $f(x) = 0$  không có nghiệm nào thuộc khoảng  $(a; b)$ .
- C. Phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $(a; b)$ .
- D. Phương trình  $f(x) = 0$  có nghiệm  $x = \frac{a+b}{2}$ .

**Câu 23.** Dựa vào nhận xét về hàm số liên tục, phương trình  $x^3 - 3x^2 + 5 = 0$  chắc chắn có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

- A.  $(-2; -1)$
- B.  $(-1; 0)$
- C.  $(0; 1)$
- D.  $(1; 2)$

**Câu 24.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng giá trị sau:

|        |   |    |    |   |   |
|--------|---|----|----|---|---|
| $x$    | 0 | 1  | 2  | 3 | 4 |
| $f(x)$ | 2 | -1 | -3 | 1 | 4 |

Phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng  $(0; 4)$ ?

- A.  $1$
- B.  $3$
- C.  $4$
- D.  $2$

## Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} & \text{nếu } x \neq 3 \\ m + 1 & \text{nếu } x = 3 \end{cases}$$

( $m$  là tham số).

- a)  $f(0) = 1$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2$ .
- c) Khi  $m = 2$  thì hàm số liên tục tại  $x = 3$ .
- d) Hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  khi và chỉ khi  $m = 1$ .

**Câu 2.** Cho hàm số

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x+3} & \text{nếu } x \geq 1 \\ 3-x & \text{nếu } x < 1. \end{cases}$$

- a)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} g(x) = 4$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = 2$ .
- c) Hàm số  $g(x)$  liên tục tại  $x = 1$ .
- d) Hàm số  $g(x)$  gián đoạn tại  $x = -3$ .

**Câu 3.** Cho hàm dấu

$$s(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x > 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \\ -1 & \text{nếu } x < 0. \end{cases}$$

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} s(x) = 1$ .
- b) Hàm số  $y = s(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .
- c) Hàm số  $k(x) = s(x) + 2$  liên tục tại  $x = 0$ .
- d) Hàm số  $h(x) = x \cdot s(x)$  liên tục tại  $x = 0$ .

**Câu 4.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} 2 \cos x - m & \text{nếu } x \leq 0 \\ x^2 + 3x + 1 & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$$

( $m$  là tham số).

- a)  $f(0) = 2 - m$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$ .
- c) Với  $m = -1$  thì hàm số liên tục tại  $x = 0$ .
- d) Có hai giá trị của  $m$  để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 5.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{nếu } 1 < x \leq 3. \end{cases}$$

- a) Hàm số liên tục trên đoạn  $[0; 1]$ .
- b) Hàm số liên tục trên đoạn  $[1; 3]$ .
- c) Hàm số liên tục trên nửa khoảng  $(1; 3]$ .
- d) Đồ thị của hàm số trên đoạn  $[0; 3]$  là một đường liền.

**Câu 6.** Xét tính liên tục của các hàm số sau.

- a) Hàm số  $y = \sqrt{x - 3}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- b) Hàm số  $y = \frac{x + 1}{x^2 - 2x + 1}$  liên tục trên khoảng  $(0; 2)$ .
- c) Hàm số  $y = x^4 - 3x^2 + 1$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ .
- d) Hàm số  $y = \cot x$  liên tục trên khoảng  $(0; \pi)$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{\sqrt{x + 1}}{x - 2}$ .

- a) Hàm số liên tục trên khoảng  $(-2; 2)$ .
- b) Tập xác định của hàm số là  $[-1; 2) \cup (2; +\infty)$ .
- c)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = f(-1)$ .
- d) Hàm số liên tục trên đoạn  $[-1; 2]$ .

**Câu 8.** Cho hai hàm số  $f(x)$ ,  $g(x)$  liên tục tại  $x = 2$ , biết  $f(2) = 3$  và  $g(2) = -3$ .

- a)  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + g(x)] = 0$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)]^2 \cdot g(x) = -27$ .
- c) Hàm số  $y = \frac{f(x)}{f(x) + g(x)}$  liên tục tại  $x = 2$ .
- d)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - g(x)}{x + 1} = 9$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2$  và phương trình  $x^3 - 4x^2 + 2 = 0$ .

- a)  $f(0) \cdot f(1) < 0$ .
- b)  $f(2) = 6$ .
- c) Phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực.
- d) Phương trình đã cho có nghiệm thuộc khoảng  $(3; 4)$ .

**Câu 10.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$ , biết  $f(-1) = 2$  và  $f(3) = -4$ .

- a) Phương trình  $f(x) = 0$  chắc chắn có đúng một nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 3)$ .
- b)  $f(-1) \cdot f(3) < 0$ .
- c) Phương trình  $f(x) = 1$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 3)$ .
- d) Phương trình  $f(x) = 3$  chắc chắn có nghiệm thuộc khoảng  $(-1; 3)$ .

### Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 14.

**Câu 1.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x - 2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ 5 & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$$

( $a, b$  là các tham số thực). Biết hàm số liên tục tại  $x = 2$ . Tính  $a - b$ .

**Câu 2.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a & \text{nếu } x < -1 \\ bx + 5 & \text{nếu } -1 \leq x \leq 2 \\ 2x^2 - 1 & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$$

( $a, b$  là các tham số thực). Biết hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Tính  $a^2 + b^2$ .

**Câu 3.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{x - 4} & \text{nếu } x > 4 \\ mx + 1 & \text{nếu } x \leq 4 \end{cases}$$

( $m$  là tham số). Biết hàm số liên tục tại  $x = 4$ . Tính  $12m$ .

**Câu 4.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x} - 2} & \text{nếu } 0 \leq x < 4 \\ m & \text{nếu } x = 4 \end{cases}$$

( $m$  là tham số). Tìm  $m$  để hàm số liên tục trên đoạn  $[0; 4]$ .

**Câu 5.** Có bao nhiêu số nguyên  $m$  để hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 2mx + 16}$  liên tục trên  $\mathbb{R}$ ?

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x) = \tan x + \frac{1}{x-3}$ . Trong khoảng  $(0; 10)$ , các điểm mà tại đó  $f$  không xác định chia khoảng này thành các khoảng con rời nhau; trên mỗi khoảng con đó  $f$  liên tục. Có bao nhiêu khoảng con như vậy?

**Câu 7.** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  liên tục tại  $x = 2$ , biết  $f(2) = -2$  và  $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) \cdot g(x) + 3x] = -4$ . Tính  $g(2)$ .

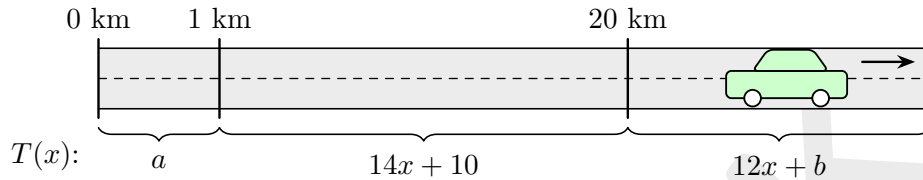
**Câu 8.** Phương trình  $x^4 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$  có bao nhiêu nghiệm thực?

**Câu 9.** Biết phương trình  $x^3 + 2x - 7 = 0$  có đúng một nghiệm thực  $c$ . Bằng cách xét dấu các giá trị của  $f(x) = x^3 + 2x - 7$ , hãy tìm  $c$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

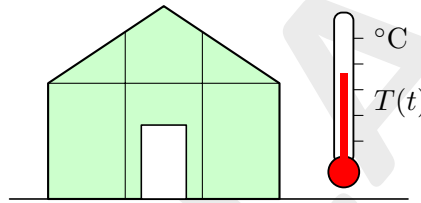
**Câu 10.** Đồng hồ tính tiền của một hãng taxi được lập trình theo hàm số

$$T(x) = \begin{cases} a & \text{nếu } 0 < x \leq 1 \\ 14x + 10 & \text{nếu } 1 < x \leq 20 \\ 12x + b & \text{nếu } x > 20 \end{cases}$$

trong đó  $x$  (km) là quãng đường đã đi và  $T(x)$  (nghìn đồng) là số tiền phải trả (hình vẽ). Hãng muốn số tiền không bị “nhảy bậc” tại các mốc 1 km và 20 km, tức là hàm số  $T(x)$  liên tục trên  $(0; +\infty)$ . Tính  $a + b$ .



**Câu 11.** Nhiệt độ ( $^{\circ}\text{C}$ ) trong một nhà kính sau  $t$  giờ kể từ 6 giờ sáng được mô hình hoá bởi hàm số  $T(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 20$  với  $0 \leq t \leq 4$  (hình vẽ). Có bao nhiêu thời điểm trong khoảng  $(0; 4)$  mà nhiệt độ trong nhà kính bằng  $22^{\circ}\text{C}$ ?



**Câu 12.** Cho hàm số

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2} & \text{nếu } x \neq 2 \\ m^2 + 3m & \text{nếu } x = 2 \end{cases}$$

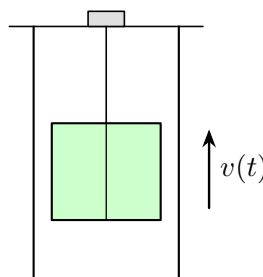
( $m$  là tham số). Tính tổng tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số liên tục tại  $x = 2$ .

**Câu 13.** Phương trình  $x^5 - 5x^3 + 4x - 1 = 0$  có bao nhiêu nghiệm thực?

**Câu 14.** Vận tốc (m/s) của một thang máy chở hàng sau  $t$  giây kể từ lúc khởi hành được lập trình là

$$v(t) = \begin{cases} 1,5t & \text{nếu } 0 \leq t \leq 2 \\ 3 & \text{nếu } 2 < t \leq 8 \\ a - bt & \text{nếu } 8 < t \leq 10 \end{cases}$$

( $a, b$  là hằng số), thang máy dừng hẳn tại thời điểm  $t = 10$  (tức  $v(10) = 0$ ) (hình vẽ). Để thang máy chuyển động êm, không bị giật, vận tốc phải thay đổi liên tục trên  $[0; 10]$ . Tính  $a + b$ .



## PHẦN NÂNG CAO

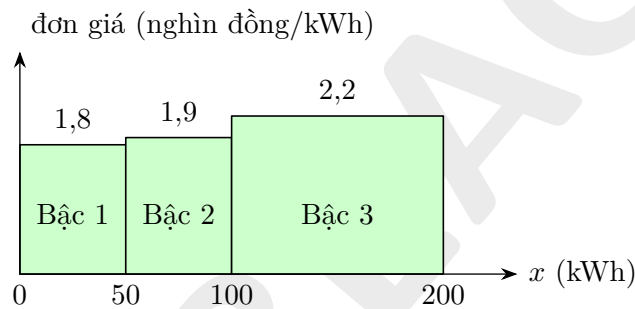
### Nâng cao 1. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Giá điện sinh hoạt ở một địa phương (giả định) chia theo bậc: bậc 1 (từ 0 đến 50 kWh) giá 1,8 nghìn đồng/kWh; bậc 2 (trên 50 đến 100 kWh) giá 1,9 nghìn đồng/kWh; bậc 3 (trên 100 đến 200 kWh) giá 2,2 nghìn đồng/kWh (hình vẽ). Tính theo *cách lũy tiến* (mỗi bậc tính theo giá của bậc đó), số tiền (nghìn đồng) phải trả khi dùng  $x$  kWh là

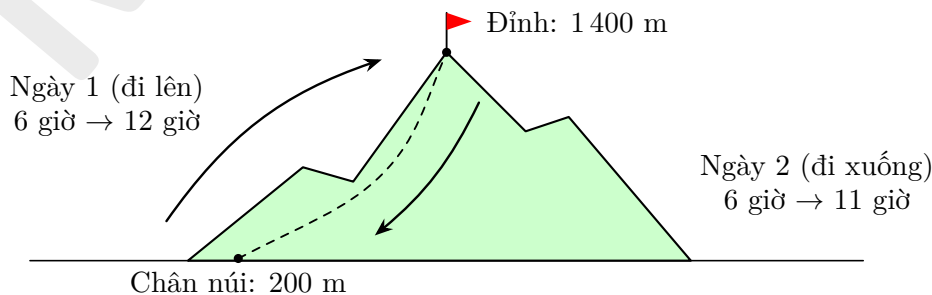
$$E(x) = \begin{cases} 1,8x & \text{nếu } 0 \leq x \leq 50 \\ 90 + 1,9(x - 50) & \text{nếu } 50 < x \leq 100 \\ 185 + 2,2(x - 100) & \text{nếu } 100 < x \leq 200. \end{cases}$$

Một *cách toàn phần* (tính toàn bộ  $x$  kWh theo giá của bậc chứa  $x$ ) cho số tiền  $F(x) = 1,8x$  khi  $0 \leq x \leq 50$ ;  $F(x) = 1,9x$  khi  $50 < x \leq 100$ ;  $F(x) = 2,2x$  khi  $100 < x \leq 200$ .



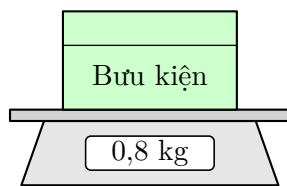
- a)  $E(120) = 229$ .
- b)  $\lim_{x \rightarrow 100^+} E(x) = 220$ .
- c) Hàm số  $E(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 200]$ .
- d) Hàm số  $F(x)$  liên tục tại  $x = 100$ .

**Câu 2.** Một người leo núi xuất phát lúc 6 giờ sáng từ chân núi (độ cao 200 m) và lên tới đỉnh núi (độ cao 1400 m) lúc 12 giờ trưa. Sáng hôm sau, người đó xuất phát lúc 6 giờ từ đỉnh núi, đi xuống theo đúng con đường cũ, về tới chân núi lúc 11 giờ rồi nghỉ tại đó (hình vẽ). Gọi  $h_1(t)$ ,  $h_2(t)$  (m) lần lượt là độ cao của người đó lúc  $t$  giờ ( $6 \leq t \leq 12$ ) ở ngày thứ nhất và ngày thứ hai; hai hàm số này liên tục trên  $[6; 12]$ . Đặt  $d(t) = h_1(t) - h_2(t)$ .



- a)  $d(6) = 1200$ .
- b)  $d(12) = 1200$ .
- c) Chắc chắn có đúng một thời điểm  $t \in (6; 12)$  mà  $h_1(t) = h_2(t)$ .
- d) Có ít nhất một thời điểm trong khoảng  $(6; 12)$  mà ở cùng giờ đó của hai ngày, người ấy ở cùng một độ cao.

**Câu 3.** Cước gửi một bưu kiện (giả định) như sau: khối lượng không quá 0,5 kg thì cước 18 nghìn đồng; mỗi 0,5 kg tiếp theo (phần lẻ chưa đủ 0,5 kg được tính tròn thành 0,5 kg) thu thêm 6 nghìn đồng (hình vẽ). Gọi  $C(x)$  (nghìn đồng) là cước gửi bưu kiện có khối lượng  $x$  kg,  $0 < x \leq 2$ .

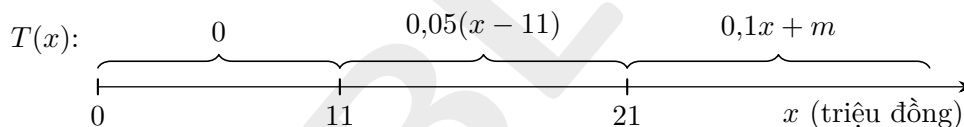


- $C(0,8) = 24$ .
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} C(x) = 30$ .
- Hàm số  $C(x)$  liên tục trên khoảng  $(1; 2)$ .
- Trên khoảng  $(0; 2)$ , hàm số  $C(x)$  gián đoạn tại đúng 3 điểm.

**Câu 4.** Một khoản thuế (giả định)  $T(x)$  (triệu đồng) tính theo thu nhập tháng  $x$  (triệu đồng) như sau (hình vẽ):

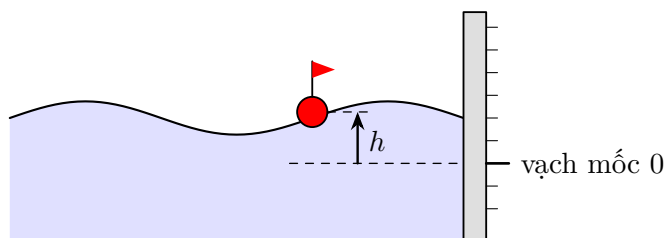
$$T(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu } 0 < x \leq 11 \\ 0,05(x - 11) & \text{nếu } 11 < x \leq 21 \\ 0,1x + m & \text{nếu } x > 21 \end{cases}$$

( $m$  là hằng số). Để công bằng, mức thuế không được “nhảy bậc” khi thu nhập vượt qua các mốc.



- Hàm số  $T(x)$  liên tục tại  $x = 11$ .
- $\lim_{x \rightarrow 21^-} T(x) = 0,5$ .
- Với  $m = -2,1$  thì hàm số  $T(x)$  liên tục trên  $(0; +\infty)$ .
- Với  $m = -1$  thì hàm số  $T(x)$  liên tục tại  $x = 21$ .

**Câu 5.** Một chiếc phao nổi trên mặt sông dao động lên xuống do sóng, đồng thời mực nước sông đang dâng. Độ cao (dm) của phao so với vạch mốc 0 trên một cột đo sau  $t$  giây được mô hình hoá bởi  $h(t) = 3 \cos t + 0,2t - 1$ ,  $t \geq 0$  (giá trị âm nghĩa là phao ở dưới vạch mốc) (hình vẽ).



- $h(0) = 4$ .
- Hàm số  $h(t)$  liên tục trên  $[0; +\infty)$ .
- Trong khoảng  $(0; 4\pi)$ , có ít nhất 4 thời điểm phao ở ngang vạch mốc.
- Phương trình  $h(t) = 1$  không có nghiệm nào thuộc khoảng  $(2\pi; 3\pi)$ .

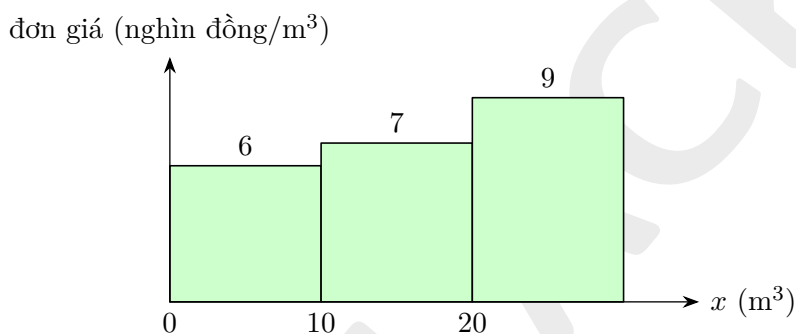
## Nâng cao 2. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5.

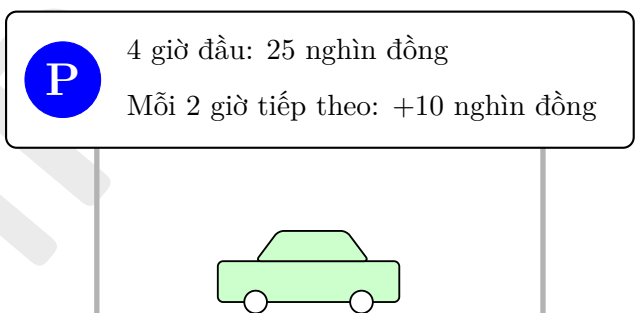
**Câu 1.** Giá nước sinh hoạt (giả định) tính lũy tiến:  $10 \text{ m}^3$  đầu tiên giá 6 nghìn đồng/ $\text{m}^3$ ; từ trên  $10 \text{ m}^3$  đến  $20 \text{ m}^3$  giá 7 nghìn đồng/ $\text{m}^3$ ; trên  $20 \text{ m}^3$  giá 9 nghìn đồng/ $\text{m}^3$  (hình vẽ). Số tiền (nghìn đồng) khi dùng  $x \text{ m}^3$  nước được lập trình là

$$W(x) = \begin{cases} 6x & \text{nếu } 0 \leq x \leq 10 \\ 60 + 7(x - 10) & \text{nếu } 10 < x \leq 20 \\ 9x + b & \text{nếu } x > 20 \end{cases}$$

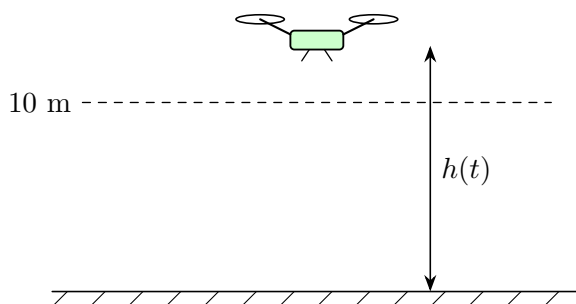
với  $b$  là hằng số. Biết  $W(x)$  liên tục trên  $[0; +\infty)$ . Tính số tiền (nghìn đồng) phải trả khi dùng  $25 \text{ m}^3$  nước.



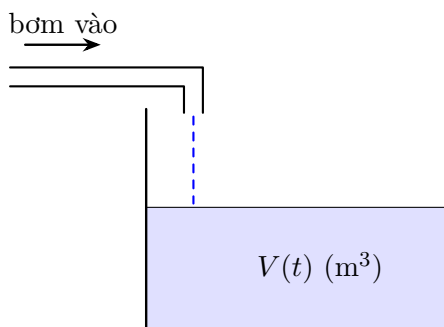
**Câu 2.** Một bãi đỗ xe ô tô thu phí như sau: 4 giờ đầu (hoặc ít hơn) thu 25 nghìn đồng; sau đó, mỗi 2 giờ tiếp theo thu thêm 10 nghìn đồng (thời gian lẻ chưa đủ 2 giờ được tính tròn thành 2 giờ); thời gian gửi tối đa là 24 giờ (hình vẽ). Gọi  $P(t)$  (nghìn đồng) là phí gửi xe trong  $t$  giờ,  $0 < t \leq 24$ . Hàm số  $P(t)$  gián đoạn tại bao nhiêu điểm thuộc khoảng  $(0; 24)$ ?



**Câu 3.** Một chiếc flycam bay khảo sát; độ cao của nó so với mặt đất sau  $t$  phút là  $h(t) = -0,5t^4 + 6t^3 - 23t^2 + 30t$  (mét),  $0 \leq t \leq 6$  (hình vẽ). Có bao nhiêu thời điểm trong khoảng  $(0; 6)$  mà flycam ở độ cao đúng 10 m?



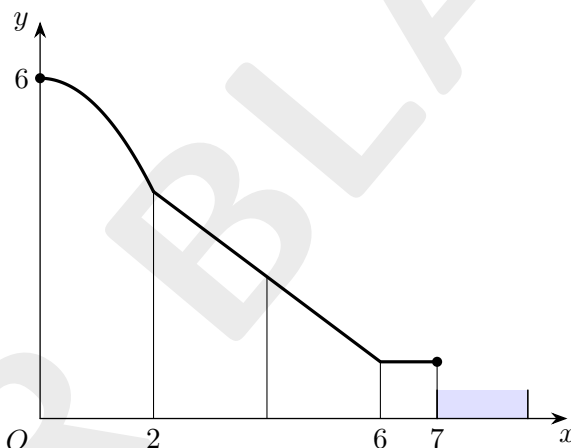
**Câu 4.** Một bể chứa đang có  $8 \text{ m}^3$  nước. Người ta bơm thêm nước vào bể, thể tích nước trong bể sau  $t$  giờ là  $V(t) = t^3 + 3t + 8 \text{ (m}^3\text{)}$  (hình vẽ). Biết có đúng một thời điểm  $t_0 > 0$  (giờ) mà bể chứa  $27 \text{ m}^3$  nước. Tìm  $t_0$  (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



**Câu 5.** Mặt cắt của một máng trượt nước được mô hình hoá (đơn vị: mét) bởi hàm số

$$y = f(x) = \begin{cases} 6 - \frac{x^2}{2} & \text{nếu } 0 \leq x \leq 2 \\ ax + b & \text{nếu } 2 < x < 6 \\ 1 & \text{nếu } 6 \leq x \leq 7 \end{cases}$$

trong đó  $y$  là độ cao của mặt máng so với mặt đất tại vị trí cách điểm  $O$  (chân cột đỡ đỉnh máng)  $x$  mét (hình vẽ). Để máng trượt liền mạch (hàm số  $f$  liên tục trên  $[0; 7]$ ), tính  $a + b$ .



HẾT