



Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 24. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a; b)$ chứa x_0 , có thể trừ điểm x_0 . Ta nói $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L$ nếu

- A. với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \in (a; b)$, $x_n \neq x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$, ta có $f(x_n) \rightarrow L$.
- B. $f(x_0) = L$.
- C. có một dãy số (x_n) , $x_n \neq x_0$ và $x_n \rightarrow x_0$ sao cho $f(x_n) \rightarrow L$.
- D. với dãy số (x_n) bất kì, $x_n \rightarrow L$, ta có $f(x_n) \rightarrow x_0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(0) = 2$.
- B. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$.
- C. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$.
- D. Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

Câu 3. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 2x^2 + 3x - 1)$ bằng

- A. 7.
- B. 21.
- C. -5.
- D. 5.

Câu 4. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x + 3}{x - 1}$ bằng

- A. -2.
- B. -3.
- C. 3.
- D. 0.

Câu 5. Biết $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 4$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -1$. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2f(x) - 3g(x)}{f(x) + g(x)}$ bằng

- A. $\frac{5}{3}$.
- B. $\frac{11}{5}$.
- C. $-\frac{11}{3}$.
- D. $\frac{11}{3}$.

Câu 6. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt{x^2 + 7}$ bằng

- A. 4.
- B. 16.
- C. $\sqrt{10}$.
- D. 2.

Câu 7. Cho c là hằng số, n là số nguyên dương. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\lim_{x \rightarrow x_0} c = c$.
- B. $\lim_{x \rightarrow x_0} x^n = x_0^n$.
- C. $\lim_{x \rightarrow x_0} x^n = n x_0$.
- D. $\lim_{x \rightarrow x_0} (c x) = c x_0$.

Câu 8. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x + 2}$ bằng

- A. 1.
- B. -5.
- C. 5.
- D. 0.

Câu 9. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^2 + 2x - 3}$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$.
- B. $\frac{1}{2}$.
- C. $\frac{1}{4}$.
- D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 10. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25} - 5}{x}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. $\frac{1}{10}$.

C. 5.

D. 10.

Câu 11. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ bằng

A. 2.

B. $\frac{1}{4}$.

C. 0.

D. 4.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{nếu } x < 2 \\ 3x - 4 & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ bằng

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. không tồn tại.

Câu 13. Giá trị của tham số m để tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, với $f(x) = \begin{cases} 2x + m & \text{nếu } x < 1 \\ x^2 + 3 & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$, là

A. $m = -2$.

B. $m = 4$.

C. $m = 1$.

D. $m = 2$.

Câu 14. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{x^2 - 3x}{|x - 3|}$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 0.

D. không tồn tại.

Câu 15. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-2x}{x+5}$ bằng

A. 2.

B. $\frac{3}{5}$.

C. -2.

D. 3.

Câu 16. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x}{2x^3 + 1}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. -3.

D. $+\infty$.

Câu 17. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x}}{3x - 1}$ bằng

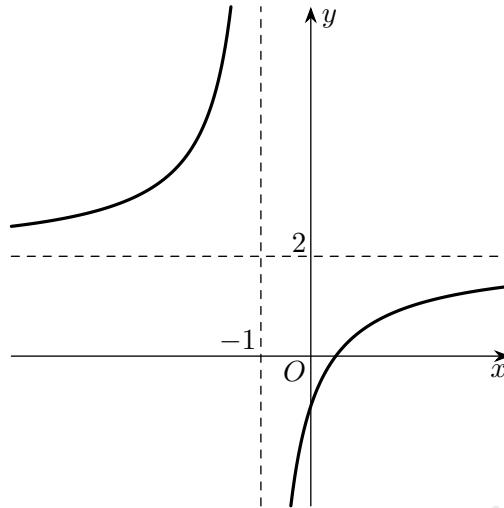
A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. 1.

D. -1.

Câu 18. Hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$.

C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$.

B. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = -\infty$.

Câu 19. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5}{|x|}$ bằng

A. $+\infty$.

B. -5 .

C. 0 .

D. $-\infty$.

Câu 20. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{1}{4-x}$ bằng

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. 0 .

D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 21. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x^2-1}$ bằng

A. $+\infty$.

B. 0 .

C. $-\infty$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 22. Biết $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -2$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)g(x)] = +\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = -\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)g(x)] = -\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = -2$.

Câu 23. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 2x)$ bằng

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. 0 .

D. -1 .

Câu 24. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^5 = +\infty$.

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^4 = +\infty$.

C. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$.

D. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^7 = +\infty$.

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 10. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$.

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- b) $f(1) = -2$.
- c) Với dãy số $x_n = 1 + \frac{1}{n}$, ta có $\lim f(x_n) = -2$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$.

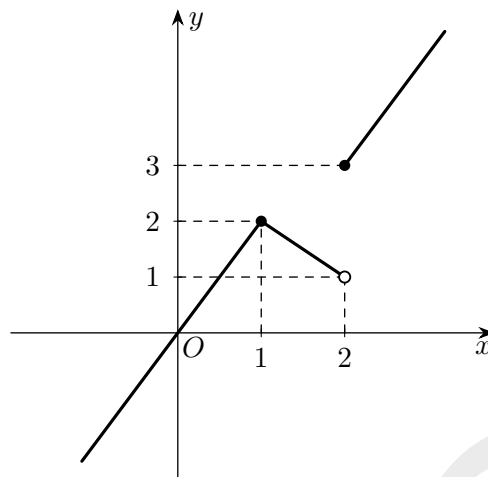
Câu 2. Biết $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -1$.

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x) + 2g(x)] = 5$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{[f(x)]^2}{g(x)} = 9$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{f(x) + 1} = 2$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 2} [x f(x) - g(x)] = 7$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x - 2}$.

- a) Khi $x \rightarrow 2$, tử thức và mẫu thức đều dần tới 0.
- b) Với $x \geq -7$, $x \neq 2$, ta có $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+7} + 3}$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{3}$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 2} [(x+4)f(x)] = 1$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x & \text{nếu } x < 1 \\ 3 - x & \text{nếu } 1 \leq x < 2 \\ 2x - 1 & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$ có đồ thị như hình dưới.



- a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2.$
- b) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2.$
- c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1.$
- d) Tồn tại $\lim_{x \rightarrow 2} f(x).$

Câu 5. Cho hàm số $g(x) = \frac{x^2 + x - 6}{|x - 2|}.$

- a) Với $x > 2$, $g(x) = x + 3.$
- b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = 5.$
- c) $\lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) = 5.$
- d) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0.$

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + x} + x}{x - 1}.$

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3.$
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3.$
- c) Với $x \leq -\frac{1}{4}$, $\sqrt{4x^2 + x} = -x\sqrt{4 + \frac{1}{x}}.$
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)]^2 = 3.$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{x + 1}{(x - 2)^2}.$

- a) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty.$
- b) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty.$
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0.$
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty.$

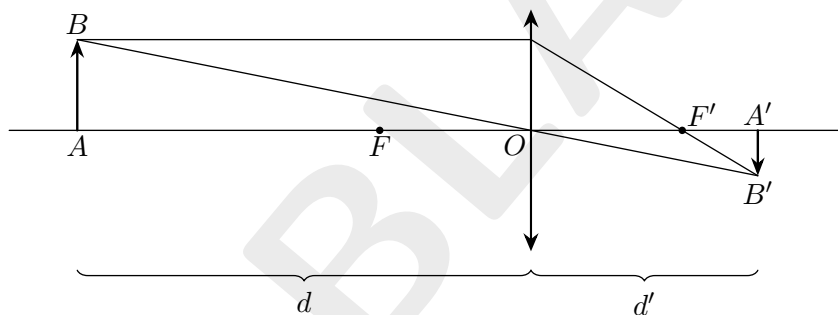
Câu 8. Cho hàm số $h(x) = \frac{x-5}{x^2-3x}$.

- a) $\lim_{x \rightarrow 3^+} h(x) = -\infty$.
- b) $\lim_{x \rightarrow 3^-} h(x) = -\infty$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = -\infty$.
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = 0$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = -2x^3 + x^2 + 5$.

- a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.
- b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x^3} = -2$.
- d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x^2} = -2$.

Câu 10. Một thấu kính hội tụ có tiêu cự $f = 10$ cm. Đặt vật sáng AB vuông góc với trục chính, cách thấu kính một khoảng d (cm) với $d > 10$ thì ảnh thật $A'B'$ cách thấu kính một khoảng $d' = \frac{10d}{d-10}$ (cm) (hình dưới).



- a) $\lim_{d \rightarrow 10^+} d' = +\infty$.
- b) $\lim_{d \rightarrow +\infty} d' = 10$.
- c) Khi $d = 30$ thì $d' = 20$.
- d) Tỉ số $\frac{A'B'}{AB} = \frac{d'}{d} = \frac{10}{d-10}$ có giới hạn bằng 1 khi $d \rightarrow +\infty$.

Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 11.

Câu 1. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 3x + 2}$.

Câu 2. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{\sqrt{x+6} - 3}$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 3. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+4x} - \sqrt{1-2x}}{x}$.

Câu 4. Tìm tham số a để tồn tại $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, biết $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} & \text{nếu } x < 1 \\ a(\sqrt{x+3} - 2) & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$.

Câu 5. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x} + 2x)$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 6. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 2} - 2x}{x + 3}$.

Câu 7. Cho a là số thực dương sao cho $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + x} - 2x) = b$, với b là một số thực. Tính $a + b$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

Câu 8. Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-10; 10]$ để $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x - m}{x - 1} = -\infty$?

Câu 9. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 10. Tính $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{2x} - 2}$.

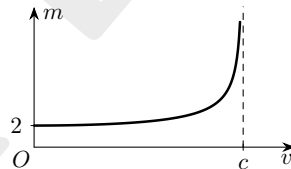
Câu 11. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 7x} - \sqrt{x^2 + 2x})$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân).

PHẦN NÂNG CAO

Nâng cao 1. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

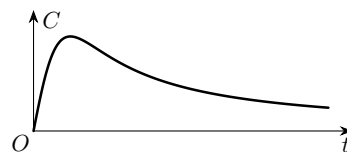
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Theo thuyết tương đối, khối lượng $m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ của vật chuyển động với vận tốc v (c là vận tốc ánh sáng, m_0 là khối lượng khi vật đứng yên). Xét vật có $m_0 = 2$ kg (hình dưới).



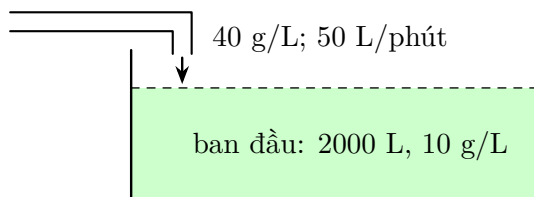
- a) $\lim_{v \rightarrow c^-} m(v) = 2$.
- b) Tập xác định của hàm số $m(v)$ (với $v \geq 0$) là $[0; c)$.
- c) Khi $v = 0,6c$ thì $m = 2,5$ kg.
- d) Khi $v = 0,99c$ thì $m < 10$ kg.

Câu 2. Sau khi tiêm, nồng độ một loại thuốc trong máu bệnh nhân sau t giờ là $C(t) = \frac{15t}{t^2 + 9}$ (mg/L), $t \geq 0$ (hình dưới).



- a) Nồng độ thuốc tại thời điểm tiêm ($t = 0$) là 15 mg/L.
- b) Sau 3 giờ, nồng độ thuốc là 3 mg/L.
- c) Sau 6 giờ, nồng độ thuốc là 2 mg/L.
- d) $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = 0$, tức là về lâu dài thuốc gần như được đào thải hết.

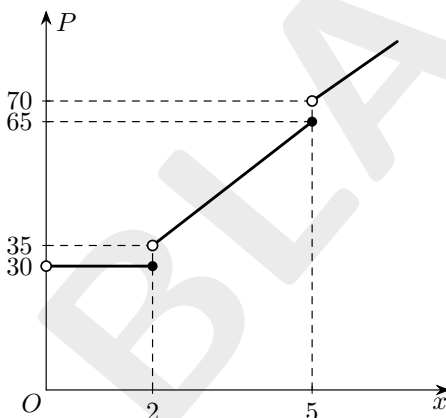
Câu 3. Một bể chứa 2000 lít nước muối nồng độ 10 g/L. Người ta bơm thêm vào bể nước muối nồng độ 40 g/L với tốc độ 50 lít/phút (giả sử bể đủ lớn, nước không tràn ra ngoài). Gọi $C(t)$ là nồng độ muối trong bể sau t phút (hình dưới).



- $C(0) = 10$.
- $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = 10$.
- Sau t phút, khối lượng muối trong bể là $2000t + 20\,000$ (gam).
- Nếu bơm đủ lâu thì nồng độ muối trong bể vượt quá 40 g/L.

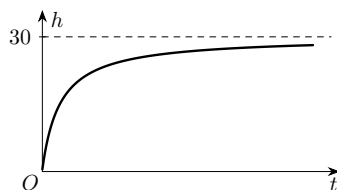
Câu 4. Một hãng giao hàng tính cước $P(x)$ (nghìn đồng) theo khối lượng x (kg) của kiện hàng:

$$P(x) = \begin{cases} 30 & \text{nếu } 0 < x \leq 2 \\ 10x + 15 & \text{nếu } 2 < x \leq 5 \\ 9x + 25 & \text{nếu } x > 5 \end{cases} \text{ (hình dưới).}$$



- $\lim_{x \rightarrow 2^+} P(x) = 30$.
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} P(x) = 30$.
- Không tồn tại $\lim_{x \rightarrow 5} P(x)$.
- $\lim_{x \rightarrow 5^+} P(x) = 65$.

Câu 5. Chiều cao (mét) của một cây sau t năm trồng được ước tính bởi $h(t) = \frac{30t + 2}{t + 4}$, $t \geq 0$ (hình dưới).

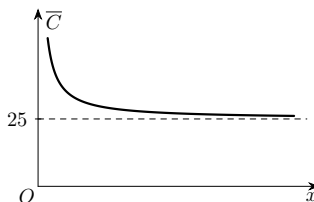


- Khi trồng, cây cao 0,5 m.
- Sau một thời gian đủ dài, cây cao hơn 30 m.
- $\lim_{t \rightarrow +\infty} h(t) = 30$.
- Sau 15 năm, cây cao hơn 25 m.

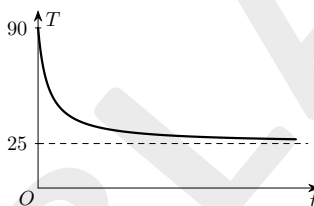
Nâng cao 2. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5.

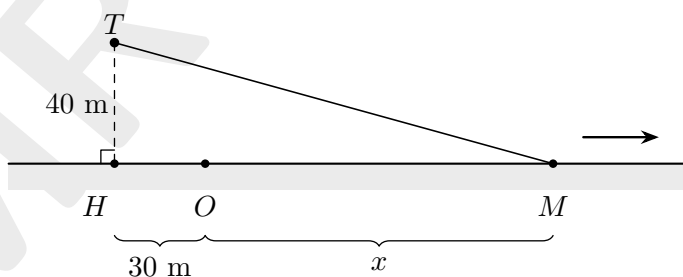
Câu 1. Một xưởng in mỗi tháng có chi phí cố định 45 triệu đồng, mỗi cuốn sách in ra tốn thêm 25 nghìn đồng. Chi phí trung bình cho mỗi cuốn khi in x cuốn là $\overline{C}(x) = \frac{25x + 45\,000}{x}$ (nghìn đồng) (hình dưới). Gọi $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \overline{C}(x)$. Xưởng cần in ít nhất bao nhiêu cuốn sách để chi phí trung bình mỗi cuốn không vượt quá $1,2a$?



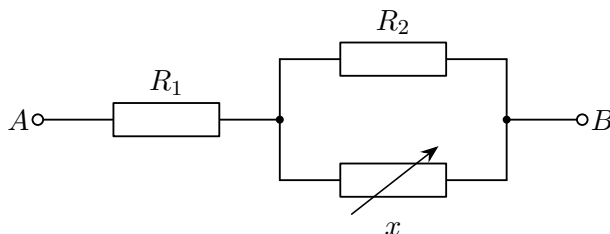
Câu 2. Một cốc nước nóng để trong phòng nguội dần, nhiệt độ của nước sau t phút là $T(t) = \frac{25t + 450}{t + 5}$ ($^{\circ}\text{C}$) (hình dưới). Gọi $L = \lim_{t \rightarrow +\infty} T(t)$ (nhiệt độ phòng). Sau bao nhiêu phút thì nhiệt độ nước cao hơn L đúng 5°C ?



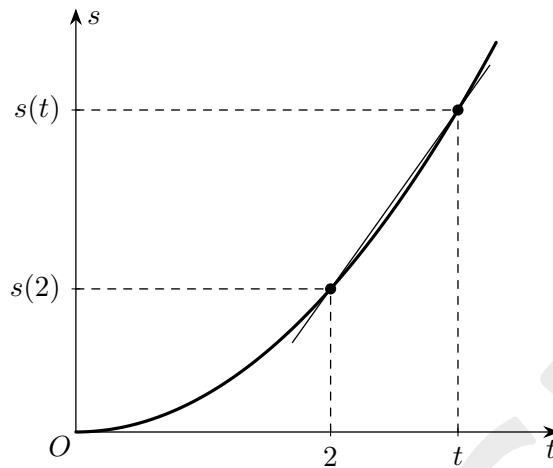
Câu 3. Một trạm phát sóng T cách con đường thẳng 40 m; hình chiếu của T trên đường là H . Trên đường lấy điểm O với $HO = 30$ m. Một ô tô ở vị trí M trên đường, chạy ra xa theo hướng từ H đến O , $OM = x$ (m) (hình dưới). Khi $x \rightarrow +\infty$, hiệu $TM - OM$ dần tới bao nhiêu mét?



Câu 4. Một mạch điện gồm điện trở $R_1 = 6\,\Omega$ mắc nối tiếp với cụm gồm điện trở $R_2 = 12\,\Omega$ mắc song song với biến trở có giá trị $x\,(\Omega)$, $x > 0$ (hình dưới). Điện trở tương đương của mạch là $R(x) = 6 + \frac{12x}{x + 12}$. Gọi $a = \lim_{x \rightarrow 0^+} R(x)$ và $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} R(x)$. Tính $a + b$.



Câu 5. Một vật rơi tự do, quãng đường rơi được sau t giây là $s(t) = 4,9t^2$ (m). Vận tốc trung bình của vật trong khoảng thời gian từ 2 giây đến t giây ($t \neq 2$) là $v_{tb} = \frac{s(t) - s(2)}{t - 2}$ (m/s) (hình dưới). Tính $\lim_{t \rightarrow 2} v_{tb}$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân).



HẾT