



Phần I. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 24. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Dãy số (u_n) có giới hạn 0 khi $n \rightarrow +\infty$ nếu

- A. u_n có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- B. $|u_n|$ có thể nhỏ hơn một số dương bé tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- C. $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- D. các số hạng của dãy số giảm dần.

Câu 2. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1}{3n}$. Kể từ số hạng thứ bao nhiêu trở đi thì $|u_n| < 0,01$?

- A. 33
- B. 100
- C. 34
- D. 301

Câu 3. Dãy số nào sau đây **không** có giới hạn bằng 0?

- A. $u_n = \left(\frac{5}{4}\right)^n$
- B. $u_n = \frac{1}{n^4}$
- C. $u_n = \left(-\frac{3}{4}\right)^n$
- D. $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$

Câu 4. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^n}{n^2 + n}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\lim u_n$ không tồn tại.
- B. $\lim u_n = -1$.
- C. $\lim u_n = 1$.
- D. $\lim u_n = 0$.

Câu 5. Với giá trị nào của q dưới đây thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$?

- A. $q = -1$
- B. $q = 1$
- C. $q = -0,99$
- D. $q = 1,01$

Câu 6. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{6n+1}{2n}$. Hiệu $u_n - 3$ bằng

- A. $\frac{1}{2n}$
- B. $-\frac{1}{2n}$
- C. $\frac{6n-2}{2n}$
- D. $\frac{1}{n}$

Câu 7. Dãy số (u_n) có giới hạn là số thực a khi và chỉ khi

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n + a) = 0$
- B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$
- C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = a$
- D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)^2 = a^2$

Câu 8. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{7 \cdot 3^n + 2}{3^n}$ bằng

- A. 9
- B. 2
- C. $+\infty$
- D. 7

Câu 9. Cho $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -2$. Khi đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - 3v_n)$ bằng

- A. 10
- B. -2
- C. 6
- D. 2

Câu 10. Cho dãy số (u_n) với $u_n \geq 0$ với mọi n và $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$. Khi đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 5}$ bằng

- A. 9
- B. $2 + \sqrt{5}$
- C. 3
- D. $\sqrt{5}$

Câu 11. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 - n + 4}{6n^2 + 1}$ bằng

- A. 4 B. $\frac{1}{2}$ C. 3 D. 0

Câu 12. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n + 5}{n^2 - 3}$ bằng

- A. 2 B. $-\frac{5}{3}$ C. $+\infty$ D. 0

Câu 13. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1 - 4n}{2n + 3}$ bằng

- A. 2 B. $\frac{1}{3}$ C. -2 D. -4

Câu 14. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{16n^2 + 3}}{2n + 5}$ bằng

- A. 2 B. 8 C. 4 D. $\frac{3}{5}$

Câu 15. Dãy số nào sau đây (tiếp tục vô hạn theo quy luật) là một cấp số nhân lùi vô hạn?

- A. 2; -4; 8; -16; ... B. $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \dots$
C. 5; -5; 5; -5; ... D. $1; 1; 1; 1; \dots$

Câu 16. Tổng $S = 8 - 4 + 2 - 1 + \dots + 8 \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \dots$ bằng

- A. 16 B. $\frac{8}{3}$ C. 4 D. $\frac{16}{3}$

Câu 17. Một cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 6$ và tổng $S = 10$. Công bội q bằng

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $-\frac{2}{5}$ D. $\frac{5}{3}$

Câu 18. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $2,444\dots = 2,(4)$ viết dưới dạng phân số là

- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{22}{9}$ D. $\frac{4}{9}$

Câu 19. Dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)^2 = +\infty$ B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = +\infty$
C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{u_n} = 0$ D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-u_n) = -\infty$

Câu 20. Dãy số nào sau đây có giới hạn $+\infty$?

- A. $u_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n$ B. $u_n = \frac{1}{n^2}$ C. $u_n = -n^2$ D. $u_n = \left(\frac{4}{3}\right)^n$

Câu 21. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-3n^3 + n^2 + 7)$ bằng

- A. $+\infty$ B. -3 C. $-\infty$ D. 7

Câu 22. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 - 1}{n + 4}$ bằng

- A. 2 B. $+\infty$ C. 0 D. $-\infty$

Câu 23. Cho $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$, $v_n > 0$ với mọi n và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$. Khi đó $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{v_n}$ bằng

A. $+\infty$ B. 0 C. 3 D. $-\infty$

Câu 24. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 5^n}{3 \cdot 5^n - 4^n}$ bằng

A. 0 B. $\frac{5}{3}$ C. $+\infty$ D. $\frac{1}{3}$

Phần II. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 11. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(-1)^n}{n+2}$.

- a) $u_2 = -\frac{1}{4}$.
- b) $|u_n| \leq \frac{1}{n}$ với mọi $n \geq 1$.
- c) $|u_n| < 0,01$ với mọi $n \geq 98$.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.

Câu 2. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^n = 0$.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{\pi}{3}\right)^n = 0$.
- c) Nếu $|u_n| \leq (0,9)^n$ với mọi $n \geq 1$ thì $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n}{3^{n+1}} = \frac{1}{3}$.

Câu 3. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{4n-1}{n+1}$.

- a) $u_n - 4 = -\frac{5}{n+1}$.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 4$.
- c) $|u_n - 4| < 0,01$ với mọi $n \geq 499$.
- d) Mọi số hạng của dãy số đều lớn hơn 4.

Câu 4. Cho hai dãy số (u_n) , (v_n) với $u_n \geq 0$ với mọi n , $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 3$ và $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -1$.

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n \cdot v_n^2) = -3$.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2u_n + v_n) = 5$.
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n + v_n}{u_n - v_n} = -\frac{1}{2}$.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{u_n + 6} = 3$.

Câu 5. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n^2 - 3n + 1}{4n^2 + 5} = \frac{1}{2}$.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n - 2}{n^2 + 1} = 3$.
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 4n}}{2n + 1} = \frac{3}{2}$.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 1} + n}{2n - 1} = 1$.

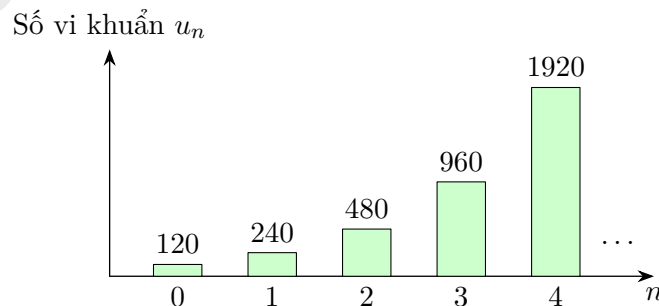
Câu 6. Cho tổng $S = 12 - 4 + \frac{4}{3} - \frac{4}{9} + \dots$ của cấp số nhân vô hạn (u_n) với $u_1 = 12$.

- a) Công bội $q = -\frac{1}{3}$.
- b) $S = 18$.
- c) Tổng ba số hạng đầu nhỏ hơn S .
- d) $u_5 = \frac{4}{27}$.

Câu 7. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau về số thập phân vô hạn tuần hoàn.

- a) $0,(6) = 0,666\dots = \frac{2}{3}$.
- b) $1,(27) = 1,2727\dots = \frac{127}{99}$.
- c) $0,1(5) = 0,1555\dots = \frac{7}{45}$.
- d) $0,(9) = 0,999\dots < 1$.

Câu 8. Một mẻ vi khuẩn được nuôi cấy với số lượng ban đầu là 120 con; cứ sau mỗi chu kì 2 giờ, số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi. Gọi u_n là số vi khuẩn sau chu kì thứ n (giả sử không có vi khuẩn nào chết).



- a) $u_n = 120 \cdot 2^n$.
- b) Sau 10 giờ, số vi khuẩn là 3840 con.
- c) Số vi khuẩn vượt quá 100 000 con kể từ chu kì thứ 9.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{3^n} = +\infty$.

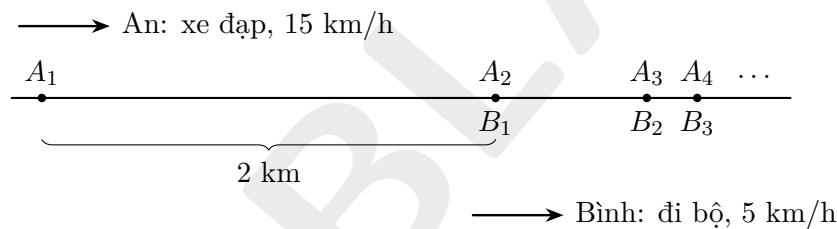
Câu 9. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n^3 - 4n^2 + 1) = +\infty$.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2n - n^2) = +\infty$.
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 1}{1 - 2n} = +\infty$.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 3n} - n) = \frac{3}{2}$.

Câu 10. Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

- a) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3^{n+1} - 2^n}{3^n + 4} = 3$.
- b) $\lim_{n \rightarrow +\infty} (2^n - 5^n) = +\infty$.
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^n}{3^n + 2^n} = \frac{4}{3}$.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n} = 1$.

Câu 11. An và Bình chuyển động cùng chiều trên một con đường thẳng. Bình đi bộ với vận tốc 5 km/h; cùng lúc đó An đi xe đạp với vận tốc 15 km/h từ A_1 , cách vị trí B_1 của Bình 2 km. Khi An đến $A_2 \equiv B_1$ thì Bình đã đến B_2 ; khi An đến $A_3 \equiv B_2$ thì Bình đã đến B_3 ; cứ như vậy. Gọi t_n (giờ) là thời gian An đi từ A_n đến A_{n+1} .



- a) $t_1 = 6$ phút.
- b) (t_n) là cấp số nhân lùi vô hạn với công bội $q = \frac{1}{3}$.
- c) Tổng $t_1 + t_2 + \dots + t_n + \dots$ bằng 15 phút.
- d) An đuổi kịp Bình tại vị trí cách A_1 đúng 3 km.

Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 11.

Câu 1. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{3}{n^2 + 1}$. Tìm số nguyên dương N nhỏ nhất sao cho $|u_n| < 0,001$ với mọi $n \geq N$.

Câu 2. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(3n - 1)^2}{2n^2 + n + 5}$.

Câu 3. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4n^2 + n} + 2n}{5n - 3}$.

Câu 4. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{4n^2 + 12n + 1} - 2n)$.

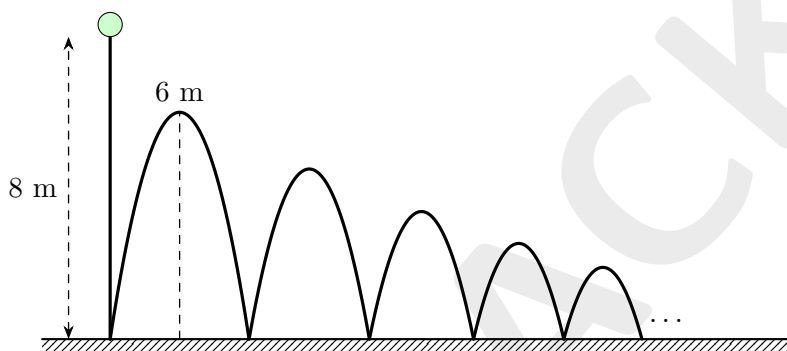
Câu 5. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\sqrt{n^2 + 2} - n)$.

Câu 6. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2 \cdot 5^n - 3^{n+2}}{5^{n+1} + 4^n}$.

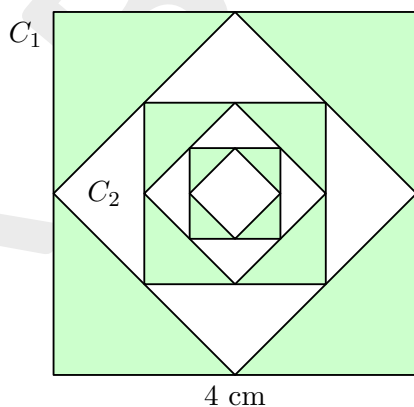
Câu 7. Tìm số thực x với $|x| < 1$, biết $1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = 4$.

Câu 8. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $2,(18) = 2,181818\dots$ được viết dưới dạng phân số tối giản $\frac{a}{b}$ (a, b nguyên dương). Tính $a + b$.

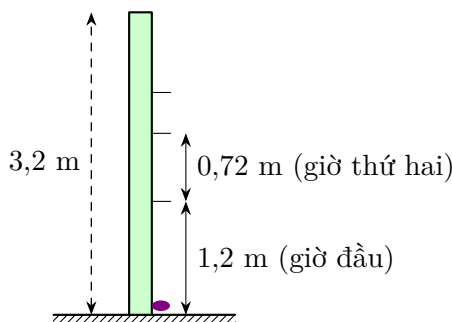
Câu 9. Một quả bóng được thả rơi từ độ cao 8 m xuống mặt sàn. Mỗi lần chạm sàn, quả bóng nảy lên độ cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao ngay trước đó. Giả sử quả bóng luôn chuyển động vuông góc với mặt sàn và quá trình này diễn ra vô hạn lần (hình minh họa). Tính tổng quãng đường quả bóng đi chuyển (đơn vị: mét).



Câu 10. Một mẫu họa tiết trang trí được vẽ như sau: vẽ hình vuông C_1 cạnh 4 cm; nối trung điểm các cạnh của C_1 được hình vuông C_2 ; nối trung điểm các cạnh của C_2 được hình vuông C_3 ; cứ tiếp tục như vậy (vô hạn lần). Tính tổng chu vi của tất cả các hình vuông (đơn vị: cm) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 11. Một con ốc sên bò thẳng lên một cây cột cao 3,2 m. Trong giờ đầu tiên, ốc sên bò được 1,2 m; mỗi giờ tiếp theo, quãng đường bò được bằng $\frac{3}{5}$ quãng đường của giờ ngay trước đó. Giả sử ốc sên bò mãi theo quy luật này. Hỏi tổng quãng đường ốc sên bò được, $1,2 + 0,72 + \dots$, bằng bao nhiêu mét?

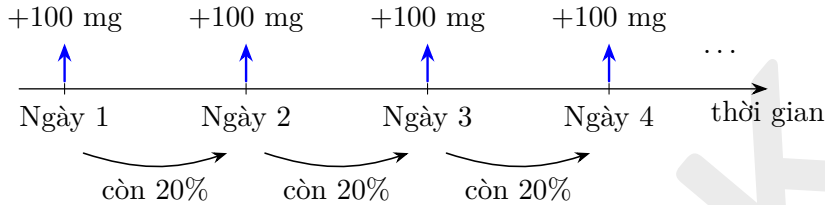


PHẦN NÂNG CAO

Nâng cao 1. Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

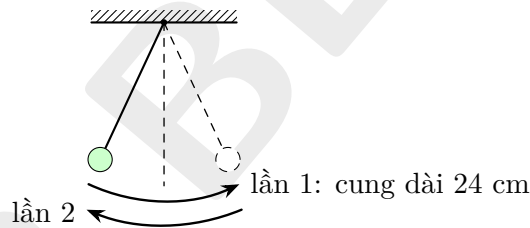
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5. Mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu hỏi thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một bệnh nhân mỗi ngày uống một viên thuốc chứa 100 mg hoạt chất vào cùng một giờ. Sau 24 giờ, lượng hoạt chất còn lại trong cơ thể bằng 20% lượng có ngay sau lần uống trước đó. Gọi T_n (mg) là lượng hoạt chất trong cơ thể ngay sau khi uống viên thuốc ngày thứ n .



- a) $T_2 = 140$ mg.
- b) $T_n = 125(1 - 0,2^n)$.
- c) Có một ngày mà T_n vượt quá 125 mg.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = 125$ (về lâu dài, lượng hoạt chất ngay sau mỗi lần uống xấp xỉ 125 mg).

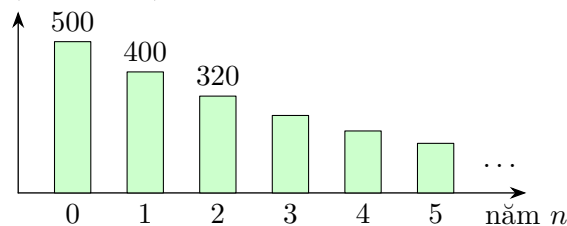
Câu 2. Một con lắc được kéo lệch khỏi vị trí cân bằng rồi thả ra. Ở lần dao động thứ nhất (từ vị trí biên này sang vị trí biên kia), quả nặng đi được một cung tròn dài 24 cm; ở mỗi lần dao động tiếp theo, độ dài cung quả nặng đi được bằng 90% độ dài cung ở lần ngay trước đó. Giả sử con lắc dao động mãi. Gọi u_n (cm) là độ dài cung quả nặng đi được ở lần dao động thứ n .



- a) $u_3 = 19,44$ cm.
- b) $u_n = 24 \cdot (0,9)^n$.
- c) Tổng quãng đường quả nặng đi được là 216 cm.
- d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$, do đó có lần dao động mà cung quả nặng đi được ngắn hơn 1 cm.

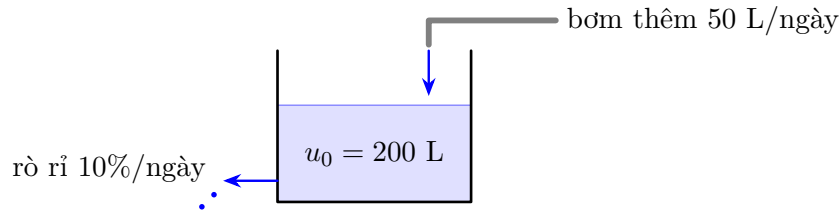
Câu 3. Một máy in công nghiệp được mua với giá 500 triệu đồng. Mỗi năm, giá trị của máy giảm 20% so với giá trị đầu năm đó. Gọi u_n (triệu đồng) là giá trị của máy sau n năm ($u_0 = 500$).

Giá trị u_n (triệu đồng)



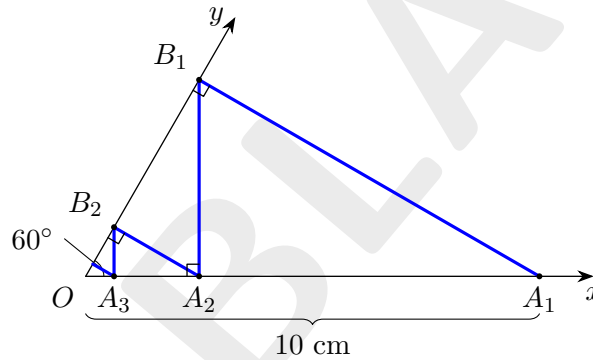
- a) $u_3 = 256$.
- b) Sau 7 năm, giá trị của máy nhỏ hơn 100 triệu đồng.
- c) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$.
- d) Tổng các khoản giá trị bị giảm qua tất cả các năm, $100 + 80 + 64 + \dots$, bằng 600 triệu đồng.

Câu 4. Một bể nước ban đầu chứa 200 lít nước. Mỗi ngày, bể bị rò rỉ mất 10% lượng nước đang có, sau đó người ta bơm thêm vào bể 50 lít. Gọi u_n (lít) là lượng nước trong bể sau n ngày; khi đó $u_0 = 200$, $u_{n+1} = 0,9u_n + 50$ và người ta chứng minh được $u_n = 500 - 300 \cdot (0,9)^n$.



- $u_2 = 260$.
- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 500$.
- Có một ngày lượng nước trong bể vượt quá 500 lít.
- Ngày thứ 11 là ngày đầu tiên lượng nước trong bể vượt quá 400 lít.

Câu 5. Một hoạ tiết kim loại được uốn theo đường gấp khúc giữa hai thanh thẳng Ox , Oy tạo với nhau góc $\widehat{xOy} = 60^\circ$. Trên Ox lấy A_1 với $OA_1 = 10$ cm; kẻ $A_1B_1 \perp Oy$ ($B_1 \in Oy$), $B_1A_2 \perp Ox$ ($A_2 \in Ox$), $A_2B_2 \perp Oy$ ($B_2 \in Oy$), ... và cứ tiếp tục như vậy (vô hạn lần).

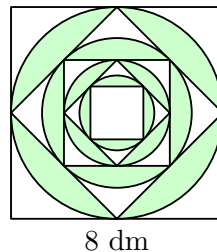


- $A_1B_1 = 5\sqrt{3}$ cm.
- $OA_2 = 5$ cm.
- Độ dài các đoạn A_1B_1 , B_1A_2 , A_2B_2 , ... lập thành cấp số nhân với công bội $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Tổng độ dài của đường gấp khúc $A_1B_1A_2B_2 \dots$ bằng $10\sqrt{3}$ cm.

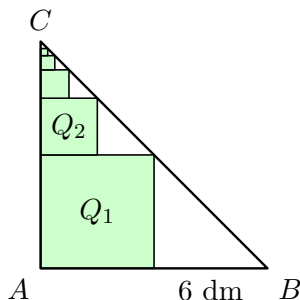
Nâng cao 2. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 5.

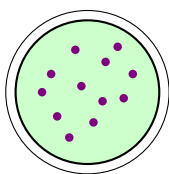
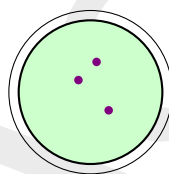
Câu 1. Một hoạ tiết được vẽ như sau: hình vuông H_1 cạnh 8 dm; vẽ hình tròn T_1 nội tiếp H_1 ; vẽ hình vuông H_2 nội tiếp T_1 ; vẽ hình tròn T_2 nội tiếp H_2 ; cứ tiếp tục như vậy (vô hạn lần). Tính tổng diện tích của tất cả các hình tròn $T_1, T_2, \dots$ (đơn vị: dm^2) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 2. Một tấm kính màu có dạng tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = AC = 6$ dm. Người ta dán hình vuông Q_1 có hai cạnh nằm trên AB , AC và một đỉnh nằm trên BC . Phần tấm kính phía trên Q_1 là một tam giác vuông cân; trong tam giác đó lại dán hình vuông Q_2 theo cách tương tự; cứ tiếp tục như vậy (vô hạn lần). Tính tổng diện tích các hình vuông đã dán (đơn vị: dm^2).

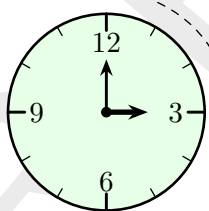


Câu 3. Trong phòng thí nghiệm, mẻ A ban đầu có 1000 vi khuẩn và cứ sau mỗi giờ số lượng tăng gấp đôi; mẻ B ban đầu chỉ có 10 vi khuẩn nhưng cứ sau mỗi giờ số lượng tăng gấp ba. Gọi a_n , b_n là số vi khuẩn của mẻ A, mẻ B sau n giờ. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $b_n > a_n$.



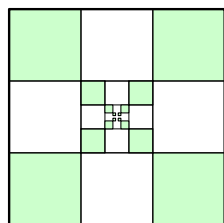
Mẻ A: 1000 con, $\times 2$ mỗi giờ Mẻ B: 10 con, $\times 3$ mỗi giờ

Câu 4. Lúc 3 giờ đúng, kim giờ chỉ số 3, kim phút chỉ số 12. Kim phút quay đến vị trí ban đầu của kim giờ (số 3) mất t_1 phút; trong thời gian đó kim giờ đã quay thêm một góc; kim phút quay đến vị trí mới đó của kim giờ mất t_2 phút; cứ như vậy. Biết kim phút quay 6° mỗi phút, kim giờ quay $0,5^\circ$ mỗi phút. Tính $t_1 + t_2 + \dots + t_n + \dots$ (đơn vị: phút), tức là thời gian từ 3 giờ đến khi hai kim trùng nhau lần đầu tiên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



kim phút đuổi kim giờ

Câu 5. Một tấm thảm hình vuông cạnh 3 m được chia thành 9 ô vuông bằng nhau; tô màu 4 ô ở bốn góc. Ô vuông ở chính giữa lại được chia thành 9 ô vuông bằng nhau và tô màu 4 ô ở bốn góc của nó; cứ tiếp tục như vậy (vô hạn lần). Tính tổng diện tích phần được tô màu (đơn vị: m^2).



3 m

HẾT